

7. Strömung und Transport im Grundwasser

7.1 Einführung in die Hydrogeologie

Grundwasser ist in vielen Teilen der Erde und besonders in ariden Zonen die wichtigste Quelle für Trinkwasser. Selbst in einem Land wie der Schweiz, wo sehr große Ressourcen an Oberflächenwasser zur Verfügung stehen, wird Trinkwasser zu etwa 80% aus Grund- und Quellwasser gewonnen. In Deutschland sind nur ca. 12 % direkt genutztes Oberflächenwasser (Seen und Flüsse), der Rest ist letztlich alles Grundwasser (Zahlen aus 1991: 63 % "echtes" Grundwasser, 10 % angereichertes Grundwasser, 9 % Quellwasser, 6 % Uferfiltrat). Nebst der Nutzung als saubere Trinkwasserquelle spielt Grundwasser eine zentrale Rolle in der Land- und Forstwirtschaft.

Unter Grundwasser versteht man das Wasser unterhalb der Bodenoberfläche, das den Porenraum einer Boden- bzw. Gesteinsmatrix vollständig erfüllt. Ist der Porenraum teilweise mit Luft und teilweise mit Wasser gefüllt, spricht man von ungesättigter Zone (vadose zone) und von Bodenwasser. Mit dieser Zone beschäftigt sich die Bodenphysik. In der Grundwasserhydrologie beschäftigt man sich dagegen hauptsächlich mit der gesättigten Zone, in der das Grundwasser durch den vollständig mit Wasser gefüllten Porenraum zirkuliert. Im Einzelnen unterscheidet man im Untergrund die Bodenwasserzone, den Zwischenbereich, den Kapillarsaum und die Grundwasserzone (Abb. 7.1)

Wassertransport kann nur stattfinden, wenn die Poren des Porenraumes miteinander verbunden sind. Ist eine geologischen Formation mit Wasser gefüllt und kann in ihr Wasser gut transportiert werden bezeichnet man sie als Grundwasserleiter oder Aquifer; ist sie mit Wasser gefüllt aber wasserundurchlässig heißt sie Grundwasserstauer oder Aquiclude (auch Aquitard).

Es gibt unterschiedliche Arten von porösen Medien, in denen Grundwasser zirkulieren kann (Abb. 7.2). Die für Praxis und Theorie wichtigste Art sind feinkörnige Sedimente, deren Porenraum durch die Zwischenräume zwischen den Körnern gebildet wird. Typische Beispiele sind Kies, Sand, und Sandstein. Der Poren in solchen Medien sind gut verbunden, außerdem ist das System relativ homogen und kann gut durch Mittelung beschrieben werden. In kompakten Gesteinen wie z.B. Granit kann das Wasser nur in (mikroskopischen) Rissen effektiv zirkulieren, man spricht von "fractured rock" Aquiferen. Diese kommen recht häufig vor, lassen sich aber schlechter behandeln als die sedimentären Aquifere, unter anderem weil die Verbundenheit des Porenraums nicht garantiert ist. Die dritte, eher seltene Art poröser Medien sind Karstaquifere, wo das Wasser in größeren Hohlräumen (Kavitäten) fließen kann. Dies kommt vor allem in Kalkgesteinen vor, die vom Wasser teilweise aufgelöst werden können. Nur in diesem eher untypischen Fall ist die naive Vorstellung von "unterirdischen Flüssen" einigermaßen zutreffend.

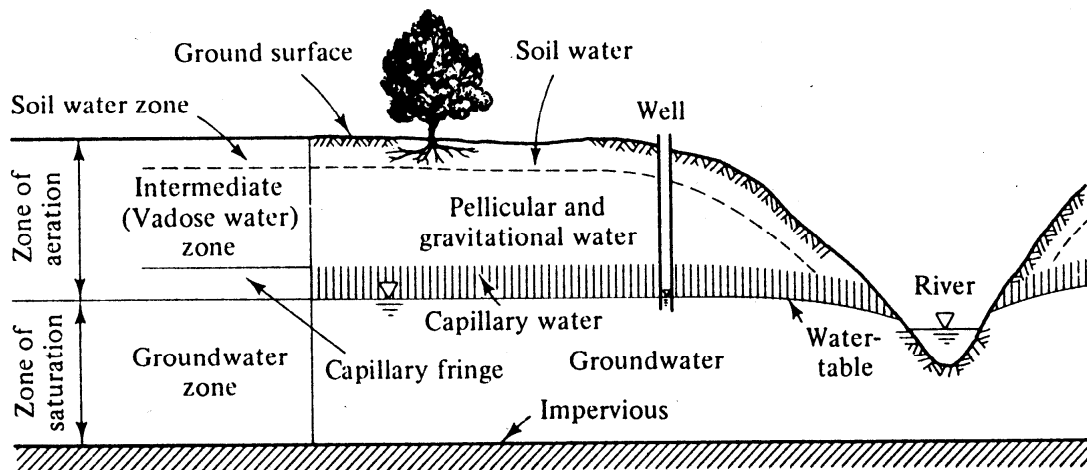


Abb. 7.1: Zonen im Grundwasserbereich (aus Bear, 1979)

1. Die Bodenwasserzone (soil water zone) erstreckt sich über die Wurzelzone. Der Wassergehalt ist starken täglichen und saisonalen Schwankungen unterworfen. In Zeiten starker Infiltration kann der Wassergehalt Sättigung erreichen. Bei Infiltration bewegt sich Wasser nach unten, dominiert Verdunstung und Transpiration bewegt sich Wasser nach oben.
2. Der Zwischenbereich (vadose zone) liegt zwischen Bodenwasserzone und dem Kapillarsaum. In dieser Zone wird unbewegliches Wasser durch Kapillarkräfte gehalten. Bei Infiltration bewegt sich Wasser auf Grund der Gravitationskraft durch diese Zone nach unten.
3. Der Kapillarsaum (capillary fringe) erstreckt sich vom Grundwasserspiegel der gesättigten Zone aufwärts bis zur maximalen Kapillarsteighöhe. Letztere hängt von der Bodenbeschaffenheit ab und kann in feinem Material bis zu 3 m erreichen. In grobem Material ist sie dagegen sehr klein. Innerhalb des Kapillarsaums nimmt die Feuchtigkeit mit zunehmender Höhe über dem Grundwasserspiegel ab, da die erforderliche Steighöhe nur in immer kleineren verbundenen Poren erreicht werden kann. Um eine klar definierte Obergrenze für den Kapillarsaum zu erhalten legt man fest, dass im Kapillarsaum der Boden eine Sättigung von 75% haben muss. Im Kapillarsaum liegt der Druck unter Atmosphärendruck.
4. Die Grundwasserzone ist die gesättigte Zone unterhalb des Grundwasserspiegels. Der Grundwasserspiegel ist definiert als dasjenige Niveau in der gesättigten Zone, auf dem der hydrostatische Druck gleich dem Atmosphärendruck ist.

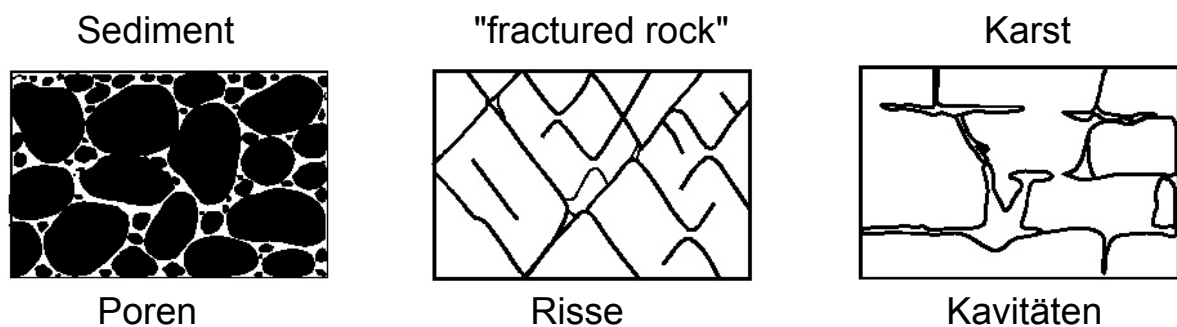


Abb. 7.2: Unterschiedliche Arten poröser Medien.

Eine wichtige geometrische Größe zur Charakterisierung poröser Medien ist die Porosität n , d.h. das Verhältnis von Porenvolumen zu Gesamtvolumen:

$$(7.1) \quad n \equiv \frac{V_{\text{Poren}}}{V_{\text{tot}}}$$

Bei dieser Definition stellt sich ein Problem: Wie groß soll das betrachtete Volumen sein? Auf kleinen Skalen sind poröse Medien sehr heterogen, so dass zum Beispiel der Wert der Porosität extrem schwankt (auf mikroskopischer Ebene zwischen 0 in einem Korn und 1 in einer Pore). Bei der Behandlung von porösen Medien nimmt man daher gewöhnlich eine Mittelung über ein makroskopisches Volumen vor, um definierte Eigenschaften zu erhalten. Wir definieren das "repräsentative Elementarvolumen" (REV) als das minimale Mittelungsvolumen, das benötigt wird um für die Porosität n einen (praktisch) konstanten Wert zu erhalten.

Wenn der Porenraum nicht durchgehend zusammenhängend ist oder mikroskopische Poren existieren, deren Wasser nicht an der allgemeinen Grundwasserströmung teilnimmt, ist es sinnvoll die so genannte effektive Porosität n_{eff} zu definieren, welche sich nur auf den bezüglich Wasserströmung aktiven Porenraum bezieht. Es gilt natürlich immer $n_{\text{eff}} \leq n$.

Treibt man eine Bohrung in den Untergrund und trifft dabei auf eine wasserführende Schicht (Aquifer), so sind zwei Situationen zu unterscheiden (Abb. 7.3).

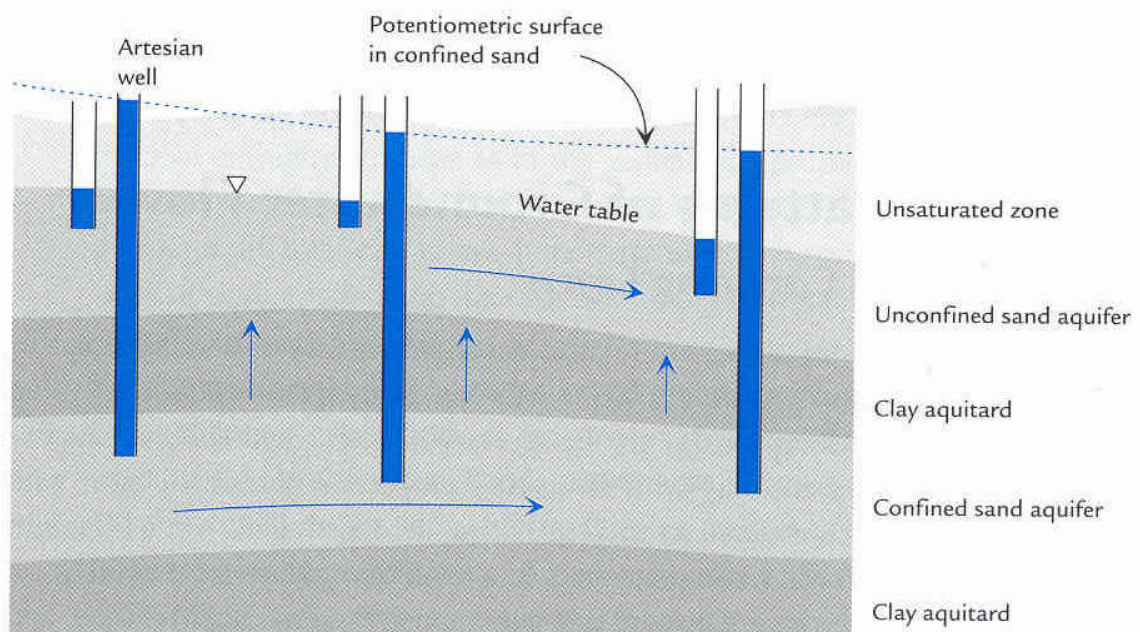


Abb. 7.3: Typische Schichtung in sedimentären Becken mit Grundwasserleitern (aquifers) und Grundwasserstauern (aquitards), sowie unterschiedlichen Typen von Aquiferen: ungespannt (unconfined) und gespannt (confined).

Einerseits ist es möglich, dass sich das Bohrloch bis zu der Tiefe mit Wasser füllt, in der zum ersten Mal Wasser auftrat (Oberkante des Aquifers). Der Wasserstand im Bohrloch und im Aquifer selber ist also derselbe. Ein solcher Aquifer heißt ungespannt oder phreatisch (engl. unconfined, phreatic). Er hat eine freie, d.h. mit der Bodenluft kommunizierende Wasseroberfläche, an der Atmosphärendruck herrscht.

Andererseits ist es möglich, dass das Wasser im Bohrloch hochsteigt auf ein Niveau, das höher liegt als im Aquifer selber. Ein solcher Aquifer heißt gespannt (engl. confined). Im Spezialfall, dass das Wasser bis zur Geländeoberfläche aufsteigt, also "von alleine" ausfließt, spricht man von artesischen (engl. artesian) Brunnen oder Aquiferen. Offensichtlich steht das Wasser in solchen Aquiferen unter einem Druck, der höher ist als der Atmosphärendruck. Dies rührt daher, dass der Aquifer durch undurchlässige Schichten begrenzt wird, wodurch das Wasser nicht frei aufsteigen kann.

Die (potentielle) Höhe h des Wasserspiegels in einem Aquifer ist eine zentrale Größe in der Hydrogeologie. Offensichtlich hängt sie mit dem Druck im Aquifer bzw. zusammen. Gemessen wird sie im Allgemeinen durch Höhenmessung des Wasserspiegels oder (für kontinuierliche Messungen) durch direkte Druckmessung in Beobachtungsbohrlöchern, welche Piezometer genannt werden. Man spricht daher von der "Piezometerhöhe". Sehr verbreitet sind auch die englischen Ausdrücke piezometric head, potentiometric head oder hydraulic head. Zur physikalischen Definition des "Heads" betrachten wir die totale Energie eines Wasserpaketes auf dem Niveau z (wiederum zeigt die z -Achse nach oben, und das Referenzniveau $z = 0$ wird zumeist unterhalb des Aquifers gewählt).

$$(7.2) \quad E_{\text{tot}} = E_{\text{int}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = pV + mgz + \frac{1}{2}mv^2$$

Durch Division durch das Gewicht $mg = \rho Vg$ des Paketes erhalten wir eine Größe der Dimension Länge. Die Piezometerhöhe ist also die Energie pro Gewicht (nicht Masse!):

$$(7.3) \quad h = \frac{E_{\text{tot}}}{mg} = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g}$$

Im Grundwasser sind die Geschwindigkeiten sehr klein, so dass die kinetische Energie im Allgemeinen vernachlässigt werden kann. Der hydraulische Head ist dann:

$$(7.4) \quad h = \frac{p}{\rho g} + z$$

Die Piezometerhöhe h ist also jene Höhe, bis zu der das Wasser aufgrund seiner inneren Energie (Druck) über sein aktuelles Niveau z ansteigen könnte. In Piezometern wird dieser Anstieg effektiv realisiert und gemessen. Die hypothetische

Fläche der Piezometerhöhen in jedem Punkt des Aquifers heißt potentiometrische Oberfläche. Sie gibt die Druckverteilung im Aquifer wieder. Bei ungespannten Aquiferen ist die potentiometrische Oberfläche identisch mit dem Grundwasserspiegel (groundwater table), bei gespannten Aquiferen liegt sie höher (Abb. 7.4).

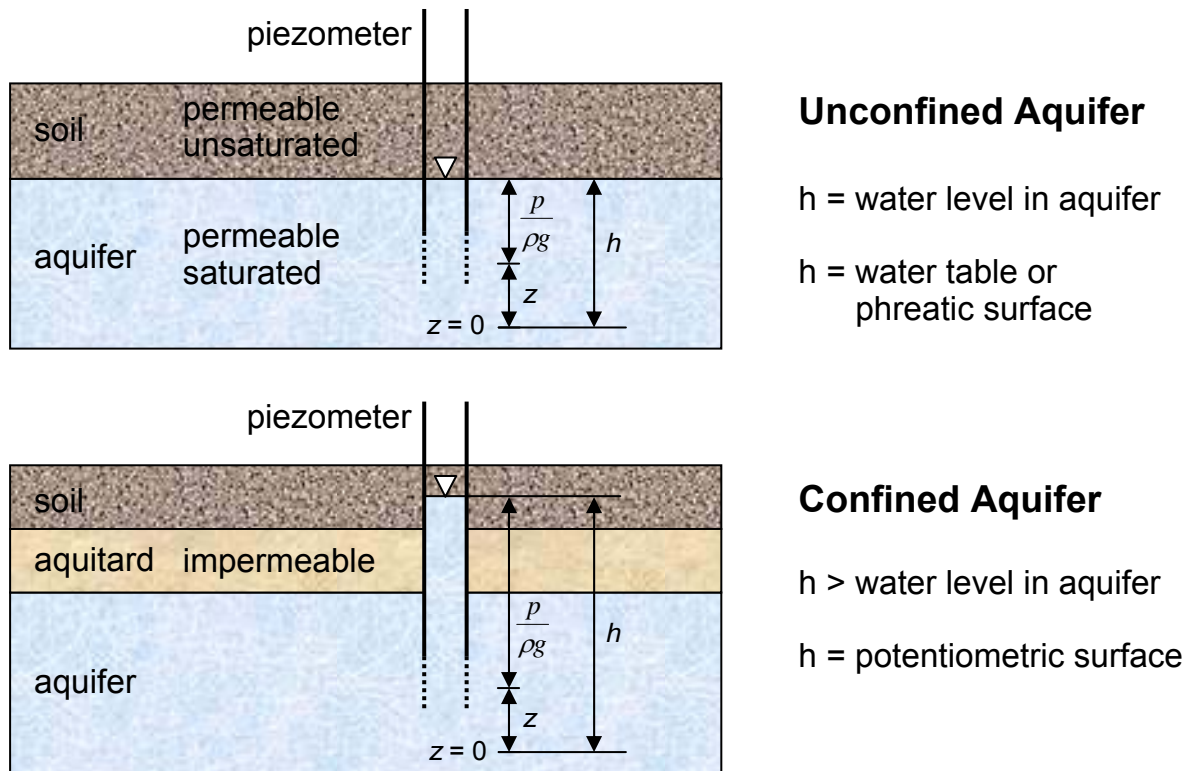


Abb. 7.4: Zur Definition und Messung der Piezometerhöhe (hydraulic head) h in ungespannten bzw. gespannten Aquiferen.

Schon die Griechen beschäftigten sich mit der Frage, woher das Wasser in Quellen und Flüssen stammt. Sie gingen von Wasservorkommen im Untergrund aus, die aus den Ozeanen gespeist werden müssen. Dabei stellte sich unter anderem das Problem, wie aus salzigem Ozeanwasser Süßwasser entsteht und woher die Energie für den Transport des Wassers stammt.

Heute wissen wir, dass das Grundwasser durch Versickerung von Regenwasser (so genannt meteorisches Wasser) gespeist wird. Zumindest in den für die Nutzung wichtigen obersten ~ 500 m der Erdkruste ist praktisch alles Grundwasser Teil des hydrologischen Kreislaufs. Eine Ausnahme bildet Wasser, das bei der Bildung von geologischen Formationen z.B. in Sedimentationsbecken eingeschlossen wurde (Formationswasser). Formationswasser findet man allerdings nur selten und es ist normalerweise sehr alt (etwa so alt wie die Sedimente selbst). Die Frage der Aufenthaltszeit und Ankopplung an den Kreislauf wird allerdings bei tiefen Grundwasserleitern zum Teil kontrovers diskutiert.

Im Unterschied zu Studien in Seen und Flüssen ist ein Grundwasserleiter viel weniger zugänglich. In Grundwasserstudien ist man auf Wasserproben aus Bohrlöchern und Quellen angewiesen. Da Bohrungen in der Regel sehr kostspielig sind, stehen häufig nur wenige Messstellen für die Beschreibung eines Grundwassersystems zur Verfügung. Im Vergleich zur Heterogenität der Boden- bzw der Gesteinsmatrix durch welche das Grundwasser fließt, besitzen solche Datensätze häufig nur eine geringe räumliche Auflösung.

Dieser Schwierigkeit begegnet man zum einen durch Tracerstudien. Mit Hilfe verschiedener Wasserinhaltsstoffe (z.B. radioaktive und stabile Isotope, konservative gelöste Gase) versucht man die verschiedenen im Untergrund ablaufenden Transportprozesse zu unterscheiden und so ein besseres Verständnis für den Transport im speziellen Grundwasserleiter zu entwickeln. Zum anderen entwirft man hydraulische Transportmodelle. Mit Hilfe numerischer Methoden lassen sich aus diesen Modellen Strömungen und Konzentrationsverteilungen im Untergrund berechnen, die mit den gemessenen Daten verglichen werden können. Um zuverlässige Prognosen für die zukünftige Entwicklung eines Grundwassersystems erstellen zu können wird versucht, aus der Kombination von Tracermethoden und numerischer Modellierung ein bestmögliches Systemverständnis zu gewinnen. Das Thema Tracer- und Isotopenmethoden sowie ihre Kombination mit Modellen wird in der Vorlesung "Aquatische Physik II" behandelt. Hier besprechen wir im Folgenden die Grundlagen zur Beschreibung von Strömung und Transport im Grundwasser.

7.2 Grundwasserströmung

Im Prinzip könnten Grundwasserströmungen genauso wie Strömungen in Oberflächengewässern mit den allgemeinen Gleichungen für Strömungen in Fluiden beschrieben werden (siehe Kap. 3). Betrachten wir zum Beispiel die Navier-Stokes Gleichung (Gl. 3.32):

$$(7.5) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -g\hat{\mathbf{z}} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} - 2(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v})$$

Mittels einer Skalenanalyse können wir uns überlegen, welche Terme im Grundwasser von Bedeutung sind. Zunächst halten wir fest, dass die Schwerkraft durch den hydrostatischen Druckgradienten kompensiert wird, und dass analoge Argumente wie bei den Oberflächengewässern zeigen, dass die Strömungen auch im Grundwasser überwiegend horizontal verlaufen. Nehmen wir weiter z. B. für die Strömung durch die Poren eines sandigen Aquifers eine charakteristische Länge $L = 100 \mu\text{m}$ (Porengröße) und eine typische horizontale Geschwindigkeit $V = 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$ (ca. 1 m d^{-1}) an. Die beiden Terme auf der linken Seite sind von der Größenordnung $V^2 L^{-1} = 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$. Der Coriolisterm ist von der Größe $fV \approx 10^{-9} \text{ m s}^{-2}$ und somit sicher vernachlässigbar, was angesichts der geringen Geschwindigkeiten nicht überrascht. Hingegen wird der Reibungsterm $\nu \nabla^2 \mathbf{v} \sim \nu VL^{-2} \approx 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$ dominant.

Somit reduziert sich die Navier-Stokes Gleichung für Grundwasser für stationäre Strömungen auf zwei Terme: Die Druckgradientenkraft, welche die Strömung antreibt, und die Reibung, welche sie bremst:

$$(7.6) \quad \frac{1}{\rho} \nabla p = v \Delta \mathbf{v}$$

Mit den oben gewählten typischen Skalen folgt, dass der Druckgradient von der Größenordnung $1 \text{ Pa m}^{-1} = 10^{-4} \text{ dbar m}^{-1}$ ist, was einem Druckgefälle (Neigung des Grundwasserspiegels) von 10^{-4} entspricht (1 m Druckhöhenunterschied auf eine Distanz von 10 km). Natürlich variiert das Druckgefälle (ausgedrückt als Gradient der Piezometerhöhe h) in realen Aquiferen stark, je nach Wasserdurchfluss und Durchlässigkeit (bzw. Reibung) des Matrixmaterials. Aber die hier berechnete Größenordnung ist nicht unrealistisch. Weiter können wir die Reynoldszahl $Re = VL/\nu$ berechnen, die in unserem Beispiel $\sim 10^{-3}$ wird. Re ist also sehr klein, die Strömung ist nicht turbulent sondern laminar.

Eine weitere Beschreibung der Strömungen auf mikroskopischer Ebene ist jedoch auch mit der vereinfachten Gl. (7.6) praktisch unmöglich, da die detaillierte mikroskopische Struktur des Untergrundes durch den das Wasser fließt als Randbedingung zur Lösung der Gleichungen bekannt sein müsste. Daher macht die direkte Anwendung der allgemeinen Gleichungen der Hydrodynamik zur Berechnung von Grundwasserströmungen wenig Sinn. Statt der effektiven Strömung in den mikroskopischen Poren betrachtet man die mittlere Strömung durch ein repräsentatives Elementarvolumen (REV). In einem gewissen Sinne ist dieses Vorgehen analog zu der Auftrennung zwischen großräumiger advektiver Strömung und kleinskaliger Turbulenz in Oberflächengewässern.

Immerhin zeigt uns Gl. (7.6) wie eine einfache Beschreibung der Grundwasserströmung aussehen muss. Einerseits wird der Druckgradient vorkommen, welcher offensichtlich die Strömung erzeugt. Andererseits wird der Strömungswiderstand durch Reibung an den Porenwänden (Randbedingung) und innere Reibung vorkommen müssen, wobei wir hier die unbekanntenen mikroskopischen Verhältnisse durch eine mittlere Größe auf der Skala des REV ersetzen müssen. Eine Gleichung, welche diese Form hat, wurde schon 1856 von Darcy empirisch gefunden. Sie stellt bis heute das Fundament der Grundwasserhydraulik dar.

7.2.1 Das Darcy-Gesetz

Darcy betrachtete den mittleren Wasserdurchfluss durch homogene Sandsäulen, wie in Abb. 7.5 gezeigt. Die Säulen sind vollständig mit Wasser gefüllt und der hydrostatische Druck an beiden Seiten ergibt sich aus der Höhe h der Wassersäule in den Zu- bzw. Abflussrohren (durch überfließende Behälter lassen sich leicht konstante Höhen einstellen). Nach Darcy ist das pro Zeiteinheit transportierte Wasservolumen Q proportional zum Querschnitt A der Sandsäule und zum Höhenunterschied ($\Delta h = h_1 - h_2$) und umgekehrt proportional zur Länge L der durchflossenen Säule:

$$(7.7) \quad Q = KA \frac{h_1 - h_2}{L} = KA \frac{\Delta h}{L} \quad [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$$

Definieren wir weiter den spezifischen Durchfluss pro Querschnittsfläche $q = Q/A$ und den Gradienten der Piezometerhöhe in Längsrichtung der Säule $dh/dl = \Delta h/L$, so kann das Darcy-Gesetz wie folgt geschrieben werden:

$$(7.8) \quad q = K \frac{dh}{dl} \quad [\text{m s}^{-1}]$$

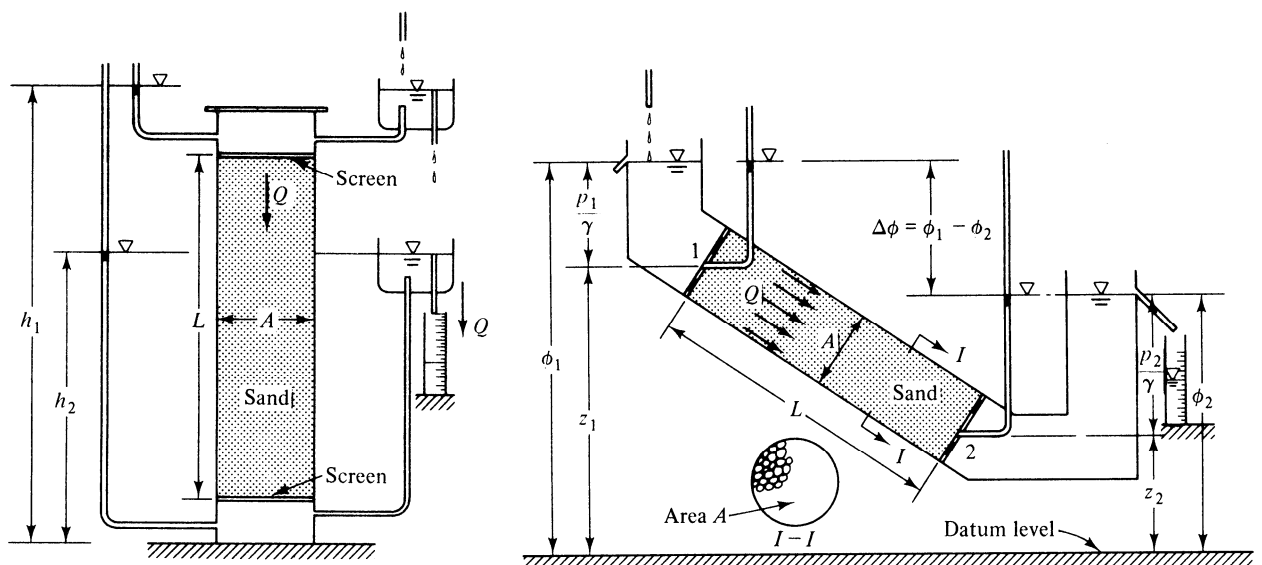


Abb. 7.5: Zwei Versuchsanordnungen zum Darcy Experiment (aus Bear 1979). In der rechten Figur wurden die Piezometerhöhen mit ϕ_1 und ϕ_2 bezeichnet. Der Durchfluss ist Q .

Die Proportionalitätskonstante K [m s^{-1}] heißt hydraulische Leitfähigkeit (hydraulic conductivity) oder auch Durchlässigkeitsbeiwert. K ist eine Eigenschaft des durchströmten Sandes und der Flüssigkeit. Diese Größe (bzw. ihr Kehrwert) beschreibt den Strömungswiderstand des Mediums und die innere Reibung des Fluids.

Die Höhen h_1 und h_2 sind Piezometerhöhen, wie in Gl. (7.4) definiert. Der dimensionslose Gradient der Piezometerhöhen, dh/dl , beschreibt den die Strömung antreibenden Druckgradienten. Der spezifische Durchfluss q [m s^{-1}] hat die Dimension einer Geschwindigkeit und heißt Darcy-Geschwindigkeit, oft auch Filtergeschwindigkeit genannt.

Das Darcy-Gesetz hat also die aus der Betrachtung der Navier-Stokes Gleichung erwartete Form, in dem es die mittlere Strömung (q) mit dem Druckgradienten (dh/dl) und dem Strömungswiderstand ($1/K$) verknüpft. Die Bodenmatrix wirkt auf die

Wasserströmung wie ein Widerstand. Der durch Δh gegebene Energieverlust geht in Wärme über. Das Darcy-Gesetz ist ganz analog zum Ohm'schen Gesetz für den Fluss von Ladungen durch einen Leiter, z.B. in der in Kap. 1 verwendeten eindimensionalen Form (vgl. Gl. 1.23):

$$(7.9) \quad j = \kappa E \quad [\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}]$$

Die Analogie zu (7.8) ist offensichtlich mit folgenden Entsprechungen:

Spezifischer Durchfluss q	\leftrightarrow	Stromdichte j
Hydraulische Leitfähigkeit K	\leftrightarrow	Elektrische Leitfähigkeit κ
Hydraulischer Gradient dh/dl	\leftrightarrow	Elektrische Feldstärke E (Potentialgradient)

Die Darcy- oder Filtergeschwindigkeit ist eine hypothetische Geschwindigkeit, da ja nicht der gesamte Querschnitt A durchströmt ist. Effektiv steht nur die Querschnittsfläche $A \cdot n_{\text{eff}}$ zur Verfügung, weshalb die mittlere lineare Geschwindigkeit $u = q/n_{\text{eff}}$ größer ist als die Darcy-Geschwindigkeit. Dies ist die Geschwindigkeit, welche ein Wasserpaket im Mittel zum Zurücklegen einer gegebenen Strecke benötigt, weshalb sie auch *Abstandsgeschwindigkeit* genannt wird.

Jedoch ist auch die Abstandsgeschwindigkeit u nicht die wahre lokale Geschwindigkeit der Strömung, da ja der Weg eines Wasserpaketes zwischen zwei Punkten im Aquifer (z.B. Brunnen) nicht geradlinig ist.

Das Darcy-Gesetz kann auf die Strömung in einem dreidimensionalen porösen Medium verallgemeinert werden, wobei die hydraulische Leitfähigkeit K durch einen Tensors \mathbf{K} ersetzt wird:

$$(7.10) \quad \mathbf{q} = \mathbf{K} \nabla h$$

Im Allgemeinen sind poröse Medien anisotrop, wobei die Anisotropie von der Schichtung der Sedimentablagerungen herrührt. Im Normalfall liegen die Schichten mehr oder weniger horizontal, so dass die horizontale Leitfähigkeit größer ist als die Vertikale. Wählt man die Koordinatenachsen x und y in einer Schicht, und z senkrecht dazu, so kann angenommen werden, dass \mathbf{K} diagonal ist, d. h. nur die diagonalen Elemente $K_x (= K_{xx})$, K_y , und K_z enthält. Für den seltenen Fall eines isotropen Mediums gilt $K_x = K_y = K_z$, realistischer ist ein *horizontal isotrop* poröses Medium, d.h. es gilt: $K_x = K_y = K_h \neq K_z$. In diesem Fall ist K_z normalerweise deutlich kleiner als K_x und K_y , typischerweise wird $K_z = 0.1K_h$ angenommen.

Im isotropen Medium ist die hydraulische Leitfähigkeit in allen Raumrichtungen gleich groß und der Wassertransport ist immer parallel zum Gradienten der Piezometerhöhen, bzw. senkrecht zu den Isolinien der Piezometerhöhe. Im anisotropen Medium ist dies nicht mehr der Fall. Oftmals betrachtet man jedoch nur die horizontale Strömung, wo die Annahme der Isotropie wieder gilt. Daher gilt als wichtige Grundregel der Grundwasserströmung, dass die Stromlinien die Höhenlinien des hydraulischen Potentials (Head) senkrecht schneiden.

7.2.2 Die hydraulische Leitfähigkeit

Die zentrale Größe im Darcy-Gesetz, welche die Strömungseigenschaften des porösen Mediums bestimmt, ist die hydraulische Leitfähigkeit K . Sie beinhaltet, wie oben erwähnt, die Eigenschaften der Matrix und des Fluids. Um Aquifereigenschaft von Flüssigkeitseigenschaft zu trennen, betrachtet man manchmal auch die (intrinsische) *Permeabilität* k des Mediums, die wie folgt definiert ist:

$$(7.11) \quad k = \frac{K\mu}{\rho g} = \frac{K\nu}{g} \quad [\text{m}^2]$$

wobei μ die dynamische, ν die kinematische Viskosität und ρ die Dichte der Flüssigkeit bezeichnet. Für Wasser beträgt der Umrechnungsfaktor ν/g etwa 10^{-7} m s ($\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$). Die Permeabilität k ist nur eine Eigenschaft des porösen Mediums und kann als $k = Cd^2$ angesetzt werden, wobei d die Korngröße (\sim Porengröße) und C eine Eigenschaft der Gesteinsmatrix beschreibt. Zu beachten ist, dass die Permeabilität bzw. Leitfähigkeit zwar stark (\sim quadratisch) von der Korn- bzw. Porengröße d abhängt, jedoch nicht direkt von der Porosität n . Die Porosität hängt nämlich kaum von der Korngröße ab, so ist z.B. für runde Körner einheitlicher Größe d in dichtester Packung (dichteste Kugelpackung) n konstant und unabhängig von d . Grob- und feinkörnige Medien (z.B. Kies und Sand) können dieselbe Porosität aber eine wesentlich unterschiedliche Permeabilität haben. Einige typische Werte für die Korngröße d , die Porosität n und die Leitfähigkeit K in verschiedenen Boden- und Gesteinsmaterialien sind in Tabelle 7.1 zusammengestellt.

Man kann die hydraulische Leitfähigkeit durch Laborexperimente an Bohrkernen bestimmen. Dies liefert eine sehr punktuelle Information für K . Etwas aussagekräftiger, aber immer noch lokal, ist die Information die man durch so genannte Pumptests an Brunnen erhalten kann (s. unten). Dies ist problematisch angesichts der großen Variabilität der Leitfähigkeit, welche Tab. 7.1 demonstriert.

Tabelle 7.1: Korngröße, Porosität und hydraulische Leitfähigkeit für einige Materialien typische Aquifer bzw. Aquitardmaterialien. Die Lockersedimente Kies, Sand, Schluff und Ton sind durch die angegebenen Korngrößen definiert.

Sediment, Gestein	Korngröße d [mm]	Porosität n [%]	Hydraulische Leitfähigkeit K [m s^{-1}]	Durchlässigkeit (qualitativ)
Kies (gravel)	> 2	25 - 40	$10^{-2} - 10^2$	durchlässig
Sand	0.05 - 2	25 - 50	$10^{-5} - 10^{-2}$	durchlässig
Schluff (silt)	0.002 - 0.05	35 - 50	$10^{-9} - 10^{-5}$	halbdurchlässig
Ton (clay)	< 0.002	40 - 70	$10^{-12} - 10^{-9}$	undurchlässig
Sandstein	-	5 - 30	$10^{-10} - 10^{-5}$	halbdurchlässig
Kristallingestein	-	0 - 10	$10^{-13} - 10^{-11}$	undurchlässig

Die räumliche *Inhomogenität* der hydraulischen Leitfähigkeit bzw. des porösen Mediums ist in der Tat eines der zentralen Probleme der Hydrogeologie und der Modellierung der Grundwasserströmung. Da ein natürliches poröses Medium eine bunte Mischung aus Material mit unterschiedlichsten Korngrößen ist, variiert die Permeabilität bzw. die hydraulische Leitfähigkeit von Ort zu Ort sehr stark. Diese Variabilität kann auch durch Mittelung über größere Gebiete nicht unbedingt reduziert werden, da oftmals auch makroskopische Inhomogenitäten des Aquifermaterials (z. B. eingelagerte Linsen aus anderem Material) vorliegen. Ein wichtiger empirischer Befund ist, dass die hydraulische Leitfähigkeit K meist näherungsweise log-normal verteilt ist (Abb. 7.6). Das bedeutet, dass nicht K selber, sondern $\log(K)$ einer Normalverteilung folgt. Entsprechend variiert K meist über mehrere Größenordnungen, was die größte Schwierigkeit bei der Beschreibung der Grundwasserströmung darstellt.

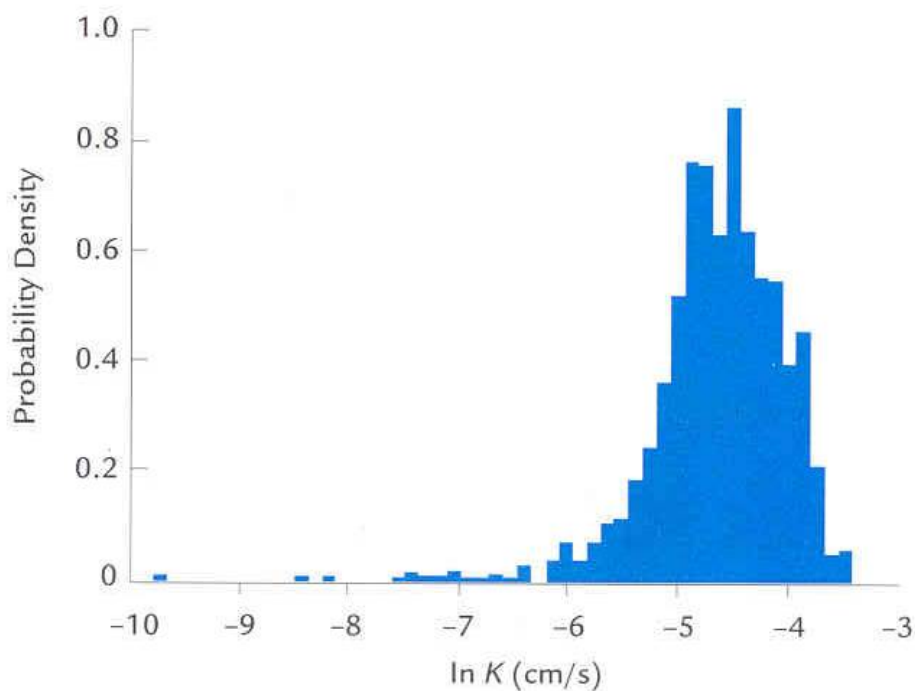


Abb. 7.6: Verteilung der an einzelnen Punkten eines Aquifers gemessenen hydraulischen Leitfähigkeit K . Man beachte die logarithmische Achse für K (log-normal Verteilung).

Wie gesagt bieten so genannte *Pumpversuche* eine Möglichkeit, die mittlere hydraulische Leitfähigkeit in der Nähe eines Brunnens zu bestimmen. Dabei wird Wasser mit einer definierten Rate aus dem Brunnen entnommen und die resultierende Absenkung der Piezometerhöhen in der Umgebung vermessen. Zur Beschreibung machen wir die in der Hydrogeologie sehr typische Annahme, der Aquifer sei vertikal über die *Mächtigkeit* (Dicke) m homogen, und es gäbe nur horizontale Strömungen. Dadurch reduziert sich das Problem auf zwei Dimensionen (x und y).

Zunächst betrachten wir einen gespannten Aquifer mit isotroper hydraulischer Leitfähigkeit. Pumpt man an einem Brunnen mit konstanter Pumprate Q [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$] und wartet bis sich stationäre Bedingungen eingestellt haben, dann muss das gesamte Wasservolumen, welches im Abstand r durch einen Zylinder mit Höhe $m(r)$ (Mächtigkeit des Aquifers im Abstand r) pro Zeiteinheit in Richtung Pumpe fließt, der Pumprate Q entsprechen.

$$(7.12) \quad Q = K \cdot A \cdot \frac{dh}{dr}; \quad A = m \cdot 2\pi r \quad \Rightarrow \quad Q = K \cdot m \cdot 2\pi r \cdot \frac{dh}{dr}$$

Die Lösung von Gl. (7.12) kann man berechnen:

$$(7.13) \quad \int dh = \frac{Q}{2\pi \cdot m \cdot K} \int \frac{dr}{r} \quad \Rightarrow \quad h(r) = \frac{Q}{2\pi \cdot m \cdot K} \ln(r) + \text{const}$$

Dies ist die so genannte Thiem-Gleichung. Allerdings kann es für den unendlich großen Aquifer keine stationäre Lösung geben, da h mit zunehmendem r immer weiter wächst. In einem begrenzten Aquifer mit der Randbedingung $h(R) = h_0$ lässt sich aber die Konstante in Gl. (7.13) bestimmen und es ergibt sich:

$$(7.14) \quad h(r) = h_0 + \frac{Q}{2\pi \cdot m \cdot K} \ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

Mit Hilfe von Gl. (7.13) bzw. (7.14) lässt sich K bestimmen, wenn die piezometrischen Höhen bei zwei verschiedenen Radien gemessen werden:

$$(7.15) \quad K = \frac{Q}{2\pi \cdot m \cdot (h_1 - h_2)} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

Für den ungespannten Aquifer kann man ganz analog den Absenktrichter berechnen. Allerdings entspricht die Aquifermächtigkeit beim ungespannten Aquifer der Piezometerhöhe (die Referenzhöhe $z = 0$ sei am Boden des Aquifers gewählt). In Gl. (7.12) muss also m durch h ersetzt werden,

$$(7.16) \quad Q = h \cdot 2\pi r \cdot K \frac{dh}{dr}$$

und die Lösung für die Piezometerhöhe im Abstand r als Funktion der Pumprate im Gleichgewichtszustand ist

$$(7.17) \quad h^2(r) = \frac{Q}{\pi \cdot K} \ln(r) + \text{const}$$

Wiederum gibt es keine stationäre Lösung für den unbegrenzten Aquifer. In einem begrenzten Aquifer mit der Randbedingung $h(R)=h_0$ ergibt sich als stationäre Lösung:

$$(7.18) \quad h^2(r) = h_0^2 + \frac{Q}{\pi \cdot K} \ln\left(\frac{r}{R}\right)$$

Aus zwei Piezometerhöhen lässt sich K berechnen:

$$(7.19) \quad K = \frac{Q}{\pi \cdot (h_1^2 - h_2^2)} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

Man beachte, dass Gleichungen (7.18) und (7.19) nur unter der Annahme gelten, dass es keine Vertikalgeschwindigkeiten gibt (Dupuit-Annahme). Daher beschreiben diese Gleichungen die Absenkung der Piezometerhöhen in der Nähe des Brunnens nicht korrekt.

7.2.3 Kontinuitäts- und Strömungsgleichung

Ganz analog zum Vorgehen in Kap. 3.2 können wir mit Hilfe der Massenerhaltung die Kontinuitätsgleichung für Grundwasser herleiten. Für eine inkompressible Flüssigkeit, ein inkompressibles Medium, und ohne Quellen oder Senken führt die Massenbilanz über ein Kontrollvolumen des Aquifers hier auf (vgl. 3.10):

$$(7.20) \quad \operatorname{div} \mathbf{q} = 0$$

Es ist zu beachten, dass in Gl. (7.20) die Filtergeschwindigkeit \mathbf{q} und nicht die Abstandsgeschwindigkeit \mathbf{u} steht, denn \mathbf{q} gibt ja den Fluss durch die Flächen des Kontrollvolumens an (nur bei konstanter Porosität gilt auch $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$).

Wie wir schon in Kap. 3.2 angedeutet hatten, sind jedoch die gemachten Annahmen für Grundwasser oft nicht zutreffend. In diesem Fall befindet sich im Kontrollvolumen außer Wasser auch ein festes Korngerüst, welches unter Druck deformiert werden kann. Die Speicherefähigkeit des Mediums in Abhängigkeit des hydraulischen Druckes (ausgedrückt durch die Piezometerhöhe h) wird beschrieben durch den Speicherkoeffizienten S :

$$(7.21) \quad S = \frac{1}{V_{\text{tot}}} \frac{dV_w}{dh} \quad [\text{m}^{-1}]$$

wobei V_{tot} das totale Volumen und V_w das Wasservolumen bezeichnen.

Außerdem spielt für Grundwasser in der Praxis die externe Entnahme (oder Zugabe) von Wasser aus dem Kontrollvolumen durch Brunnen eine große Rolle. Diese kann durch eine Wasserzugaberate J_w beschrieben werden, welche das relativ zum Kontrollvolumen pro Zeiteinheit zugegebene Wasservolumen angibt. Der typischere

Fall der *Wasserentnahme* wird natürlich einfach durch einen negativen Wert von J_w beschrieben. Mit Speicherkoeffizient S und Wasserzugabe J_w wird Gl. (7.20) zu:

$$(7.22) \quad \operatorname{div} \mathbf{q} = -S \frac{\partial h}{\partial t} + J_w \quad [\text{s}^{-1}]$$

Dies ist die Kontinuitätsgleichung für ein Kontrollvolumen in einem Aquifer in allgemeiner Form. Die linke Seite von Gl. (7.22) gibt den Ausstrom von Wasser aus dem Kontrollvolumen pro Zeit an, die rechte Seite beschreibt die Änderung der gespeicherten Menge Wasser und die externe Zugabe (alles relativ zur Größe des Kontrollvolumens).

In der Praxis sehr wichtig ist der Spezialfall der rein horizontalen Strömung in einem vertikal homogenen Aquifer mit Mächtigkeit m , den wir schon bei der Diskussion von Pumpversuchen betrachtet haben. In diesem Fall verwendet man als Kontrollvolumina vertikale Säulen und integriert über die (variable) Mächtigkeit m . Das Problem reduziert sich auf ein 2-D Strömungsfeld in x - und y -Richtung. Die Kontinuitätsgleichung kann dann geschrieben werden als:

$$(7.23) \quad \nabla_h \cdot (m\mathbf{q}) \equiv \frac{\partial(mq_x)}{\partial x} + \frac{\partial(mq_y)}{\partial y} = -S' \frac{\partial h}{\partial t} + J'_w \quad [\text{m s}^{-1}]$$

Hierbei bezeichnet der dimensionslos Speicherkoeffizient S' nun die Änderung des gespeicherten Wasservolumens pro Fläche des Aquifers und pro Head-Änderung, und J'_w das pro Zeiteinheit und Fläche zugegebene Wasservolumen.

Anhand von Gl. (7.23) lässt sich ein wichtiger Unterschied zwischen gespannten und ungespannten Aquiferen im Bezug auf die Speicherfähigkeit diskutieren. Der Speicherkoeffizient S' ist eine empirische Größe, die angibt, wie viel mehr Wasservolumen im Aquifer mit Mächtigkeit m bei einer Änderung der Piezometerhöhe h zusätzlich pro Querschnittsfläche gespeichert werden kann. Im gespannten Aquifer ist diese zusätzliche Speicherung nur möglich, da sowohl das Wasser als auch die Gesteinsmatrix kompressibel sind. Die Deformation der Gesteinsmatrix ist dabei gewöhnlich der dominierende Effekt, aber dennoch ist die Druckabhängigkeit der Speicherfähigkeit eines gespannten Aquifers natürlich relativ gering.

Im Gegensatz dazu bedeutet beim ungespannten Aquifer ein Anstieg der Piezometerhöhe einen realen Anstieg des Wasserspiegels und damit der Mächtigkeit der gesättigten Schicht (wird die Höhe des Aquiferbodens als Referenzhöhe gewählt, so gilt $m = h$). Bei Piezometerhöenschwankungen wird also Porenraum trocken fallen oder trockener Porenraum mit Wasser gefüllt werden. Somit verändert sich das verfügbare Volumen um den gesamten (oder zumindest den effektiven) Porenraum der von der Wasserspiegelschwankung betroffenen Zone. Der Speicherkoeffizient S' eines ungespannten Aquifers entspricht daher praktisch der effektiven Porosität n_{eff} und ist wesentlich größer als beim gespannten Aquifer.

Durch Kombination der Kontinuitätsgleichung mit dem Darcy-Gesetz erhalten wir nun leicht die Strömungsgleichungen für Grundwasser. Dazu setzt man das Darcy-Gesetz (7.10) in die Kontinuitätsgleichung (7.22) ein und erhält:

$$(7.24) \quad \operatorname{div}(\mathbf{K}\nabla h) = -S \frac{\partial h}{\partial t} + J_w \quad [\text{s}^{-1}]$$

Gleichung (7.24) entspricht einer Diffusionsgleichung für die Piezometerhöhe (s. z.B. Tab. 4.1).

Analog kann man für den horizontalen 2D-Aquifer mit Mächtigkeit m Gl. (7.23) anstelle von (7.22) verwenden und erhält dann:

$$(7.25) \quad \nabla_h \cdot (m\mathbf{K}\nabla_h h) = -S' \frac{\partial h}{\partial t} + J'_w \quad [\text{m s}^{-1}]$$

wobei natürlich \mathbf{K} nur noch die horizontalen Komponenten enthält.

Bei konstanter Mächtigkeit des Aquifers und horizontal isotroper hydraulischer Leitfähigkeit lässt sich (7.25) weiter vereinfachen. Häufig definiert man in diesem Fall die *Transmissivität* T als Produkt von Leitfähigkeit K und Mächtigkeit m :

$$(7.26) \quad T = mK \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$$

womit sich (7.25) schreiben lässt als:

$$(7.27) \quad T\Delta_h h = -S' \frac{\partial h}{\partial t} + J'_w \quad [\text{m s}^{-1}]$$

Unter Vernachlässigung des Speichertermes und ohne Entnahme oder Zugabe von Wasser erhält man im stationären Fall die Laplace-Gleichung für h .

Die Strömungsgleichungen (7.24) oder (7.25) lassen sich nur in einfachen Spezialfällen analytisch lösen. In der Praxis erfolgt meist eine numerische Lösung in so genannten Grundwasser-Strömungsmodellen. Auch die numerische Lösung der Strömungsgleichungen erfordert aber Anfangs- und Randbedingungen. Als Anfangsbedingung kann man eine auf Messungen beruhende oder bei der Suche nach der stationären Strömung auch nur eine vernünftig angenommen initiale Piezometerhöhenverteilung $h_0(\mathbf{x})$ wählen.

Man unterscheidet drei Arten von Randbedingungen:

- Typ 1 (Dirichlet): vorgegebener head $h(t)$ auf dem Rand.
Spezialfall: $h = \text{const.}$ (constant head boundary), z. B. See oder Fluss mit hydraulischer Verbindung zum Aquifer
- Typ 2 (Neumann): vorgegebener Fluss, d.h. $\partial h/\partial n$, auf dem Rand.
Spezialfall: $\partial h/\partial n = 0$ (no flow boundary) z. B. undurchlässige Schicht, Wasserscheide, angenommene Fließlinie.
- Typ 3 (Cauchy): Kombination von Typ 1 und 2.

Zu den Randbedingungen zählt insbesondere auch der Zustrom von Wasser in den Aquifer, die so genannte Grundwassererneuerung (recharge). In einem ungespannten Aquifer kann diese Erneuerung durch flächenhafte Versickerung des Niederschlages erfolgen. Meist weiß man jedoch nicht, wo wie viel versickert.

Kennt man alle Randbedingungen, den Tensor \mathbf{K} der hydraulische Leitfähigkeit, den Speicherkoeffizienten S , sowie allfällige Entnahmen oder Zugaben J_W , so liefert die numerische Lösung der Strömungsgleichung (7.24) eine Verteilung der Piezometerhöhe h , woraus sich mit dem Darcy-Gesetz die Strömung \mathbf{q} ergibt. Während S und J_W meist gut abgeschätzt werden können, stellen die korrekte Wahl der (Verteilung der) hydraulischen Leitfähigkeit sowie der Randbedingungen die größten Schwierigkeiten der Grundwassermodellierung dar.

In der Praxis ist es viel leichter, die Piezometerhöhen zu messen als die hydraulische Leitfähigkeit. Daher variiert man oftmals die K -Werte im Modell, bis eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Höhen erzielt wird (Modellkalibration). Dabei muss man natürlich vereinfachende Annahmen machen, um die im Prinzip unendliche Zahl der unbekanntenen K -Werte zu reduzieren. Auch dann bleibt jedoch ein prinzipielles Problem in Verbindung mit den Randbedingungen bestehen. Meist gibt es nämlich viele unterschiedliche Kombinationen von Erneuerungsraten (Zu- und Abstrom aus dem Modellgebiet) und hydraulischen Leitfähigkeiten, die zu ähnlichen Piezometerhöhenverteilungen führen.

Abb. 7.7 zeigt als Beispiel für eine Lösung der Strömungsgleichung die Piezometerhöhenverteilung und die Stromlinien in der Umgebung eines Entnahmebrunnens bei homogener Leitfähigkeit.

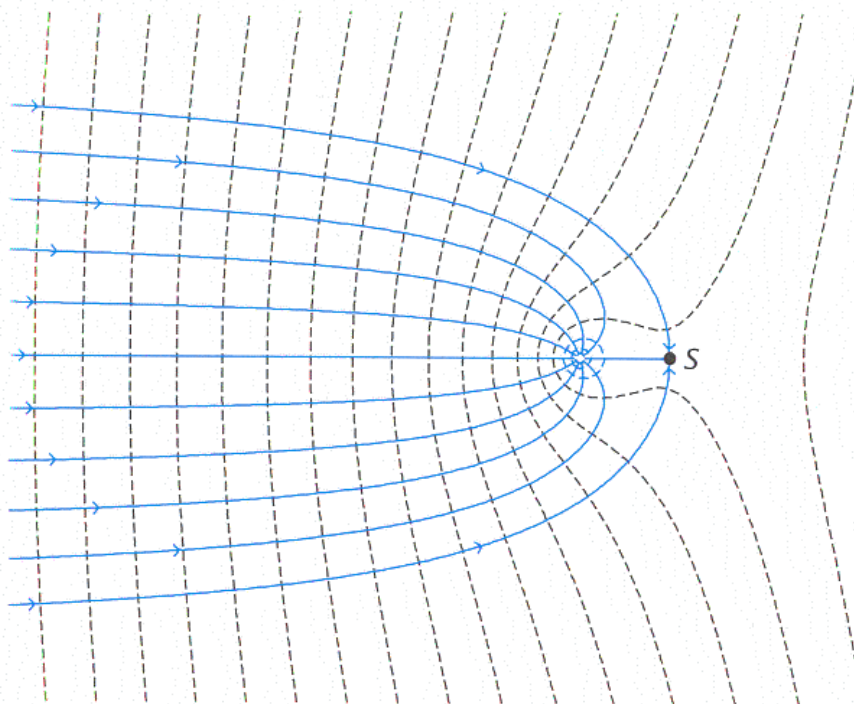


Abb. 7.7: Strömung zu einem Brunnen bei homogener Leitfähigkeit. Ausgezogene Linien mit Pfeilen sind Stromlinien, gestrichelte Linien sind Höhenlinien des hydraulischen Potentials. S bezeichnet einen strömungsfreien Sattelpunkt des Potentials. Aus Fitts (2002).

7.3 Transport im Grundwasser

Genau wie bei Oberflächengewässern wird auch im Grundwasser advektiver und diffusiver Stofftransport unterschieden. Da die Strömung laminar ist, kommt turbulente Diffusion natürlich nicht vor, sie wird jedoch durch einen analogen Prozess, die so genannte Dispersion, ersetzt. Die Dispersion ist letztlich ein Resultat der Tatsache, dass das Grundwasser nicht frei strömen kann, sondern nur entlang offener Poren. Schließlich kann im Grundwasser auch die Reaktion des gelösten Stoffes mit der Matrix, meistens in Form von Adsorption, eine Rolle spielen.

7.3.1 Advektiver Transport

Auch der advektive Stofffluss im Grundwasser wird durch die Bodenmatrix beeinflusst. Der advektive Transport kann nur entlang verbundener Porenräume erfolgen. Für den advektiven Stofffluss (Masse pro Zeit und Einheitsfläche) durch eine Einheitsfläche senkrecht zur Strömungsrichtung (hier x-Richtung) ergibt sich:

$$(7.28) \quad F_x^{\text{ad}} = \frac{Q}{A} C = q_x C = u_x n_{\text{eff}} C$$

Der advektive Fluss wird also genau wie in freien Gewässern beschrieben, nur dass die Geschwindigkeit v durch die Filtergeschwindigkeit q zu ersetzen ist, und nicht etwa die Abstandsgeschwindigkeit u . Natürlich kann (7.28) auch in vektorieller Form geschrieben werden (vgl. Tab. 4.1):

$$(7.29) \quad \mathbf{F}^{\text{ad}} = \mathbf{q} C$$

7.3.2 Molekulare Diffusion

Wie der advektive Transport wird auch der Transport durch molekulare Diffusion durch die Bodenmatrix beeinflusst, da nur die Fläche der Poren zur Diffusion zur Verfügung steht und nicht der Gesamtquerschnitt des Grundwasserleiters. Zusätzlich spielt hier eine Rolle, dass infolge der gewundenen Struktur der Poren für einen diffusiven Transport um die Strecke Δx effektive eine längere Diffusionsstrecke überwunden werden muss. Diese mikroskopische Struktureigenschaft des porösen Mediums wird beschrieben durch die Tortuosität τ . Die Tortuosität ist ein Maß für die Länge der Poren L_p in der Bodenmatrix im Vergleich zum Abstand Δx : $\tau = (L_p/\Delta x)^2$. Bei der Advektion müsste man die Tortuosität auch berücksichtigen, falls man den Transport durch die lokale mittlere Geschwindigkeit \mathbf{v} in den Poren ausdrücken möchte, was aber wenig Sinn macht.

Der molekulare Stofffluss in x-Richtung ist gegeben durch:

$$(7.30) \quad F_x^{\text{dif}} = -\frac{n}{\tau} D_m \frac{\partial C}{\partial x}$$

wobei n die Porosität, τ die Tortuosität und D_m den molekularen Diffusionskoeffizienten darstellt. Zu beachten ist, dass die molekulare Diffusion im Unterschied zur

Advektion auch in kleinste Poren eindringt, die nicht durchströmt werden. Daher tritt in Gl. (7.30) die totale Porosität n auf, in (7.28) aber die effektive Porosität n_{eff} . Wiederum ist die Verallgemeinerung auf drei Dimensionen einfach, zumal D_m ein richtungsunabhängiger Skalar ist (vgl. Tab. 4.1):

$$(7.31) \quad \mathbf{F}^{\text{dif}} = -\frac{n}{\tau} D_m \nabla C$$

Wie schon in Seen und Flüssen ist der Stofffluss durch molekulare Diffusion sehr klein. Der diffusive Transport wird durch Porosität und Tortuosität zusätzlich behindert und je um einen Faktor 2 - 5 verringert im Vergleich zur molekularen Diffusion im offenen Wasser. Für den großskaligen Stofftransport kann molekulare Diffusion in der Regel vernachlässigt werden, sobald die Abstandsgeschwindigkeit größer als 0.1 m/Tag ist. Auf kleinen Skalen (mm bis cm) und für die irreversible Vermischung bei Dispersion ist der Prozess der molekularen Diffusion hingegen ausschlaggebend.

7.3.3 Dispersion

Die Strömung im Untergrund führt nicht nur zum advektiven Transport einer Konzentrationsverteilung sondern auch zu einer Dispersion, d.h. Verbreiterung der Verteilung, wie sie in Oberflächengewässern durch die turbulente Diffusion verursacht wird. Im Gegensatz zu Strömungen in Seen und Flüssen ist der Grundwassertransport aber in der Regel nicht turbulent sondern laminar. Beim Grundwassertransport ist die Boden- bzw. Gesteinsmatrix für die Dispersion verantwortlich. Selbst wenn das Medium sehr homogen ist können sich Wasserpakete mit sehr unterschiedlichen Geschwindigkeiten bewegen, da 1. das feste Korngerüst die Strömungsrichtung verändern kann, 2. innerhalb einer Pore das Geschwindigkeitsprofil ungleichförmig ist, und 3. die Porengrößen unterschiedlich sein können. Als Konsequenz der unterschiedlichen Geschwindigkeiten verbreitert sich eine Tracer- oder Schadstoffverteilung viel rascher, als man dies auf Grund der molekularen Diffusion erwarten würde. Man bezeichnet diese Effekte als korngerüstbedingte Dispersion.

Bei Stofftransportproblemen über Skalen größer als einige Meter kommt die so genannte Makrodispersion hinzu, die durch Inhomogenitäten im Aquifermaterial hervorgerufen wird. Entlang bestimmter Fließwege können große Durchlässigkeiten existieren, entlang denen Wasser eine viel größere Strömungsgeschwindigkeit erreicht wird als im übrigen Untergrund. Werden gelöste Substanzen entlang der unterschiedlichen Fließwege unterschiedlich schnell transportiert führt dies wiederum zur Dispersion. Die unterschiedlichen zur Dispersion beitragenden Effekte sind in Abb. 7.8 illustriert.

Dispersion hat nicht nur den selben Effekt auf Stoffverteilungen wie molekulare bzw. turbulente Diffusion, sondern wird auch mathematisch analog beschrieben. Im Gegensatz zum molekularen Diffusionskoeffizienten D_m ist jedoch der Dispersionskoeffizient D anisotrop. Die Dispersion ist normalerweise stärker entlang der Fließrichtung (longitudinal) als quer zu ihr (transversal).

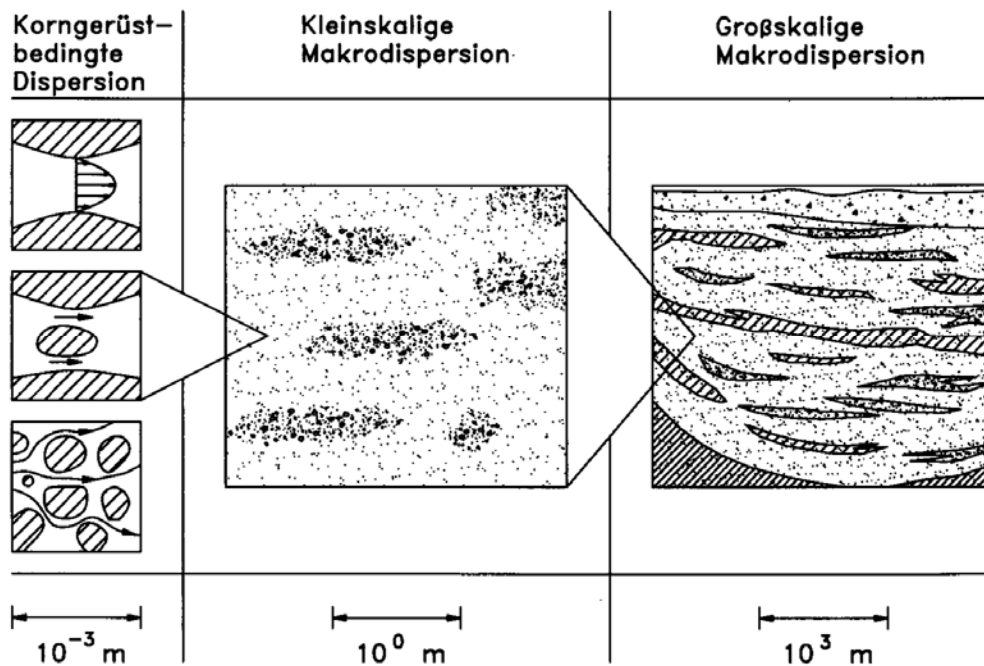


Abb. 7.8: Zur Dispersion beitragende Effekte auf unterschiedlichen Skalen.

Der Stofffluss durch Dispersion wird in Analogie zur molekularen bzw. turbulenten Diffusion geschrieben als

$$(7.32) \quad \mathbf{F}^{\text{dis}} = -n_{\text{eff}} \mathbf{D} \nabla C$$

wobei die Dispersion als richtungsabhängige Größe durch den Tensor \mathbf{D} beschrieben wird. Dieser Tensor wird bestimmt durch zwei skalare Größen, dem longitudinalen Dispersionskoeffizienten D_L in Strömungsrichtung und dem transversalen Dispersionskoeffizienten D_T in der dazu senkrechten Richtung. Wie beim turbulenten Dispersionskoeffizienten in Oberflächengewässern ist der Dispersionskoeffizient nicht stoffabhängig, sondern eine Eigenschaft der Strömung. Beim Grundwassertransport hängen D_L bzw. D_T zusätzlich von der Boden- bzw. Gesteinsmatrix ab. Möchte man den Einfluss der Strömung vom Aquifereinfluss auf die Dispersion trennen, kann man näherungsweise schreiben:

$$(7.33) \quad D_L = \alpha_L u \quad \text{und} \quad D_T = \alpha_T u$$

wobei u der Betrag der Abstandsgeschwindigkeit ist und α_L bzw. α_T die longitudinale bzw. transversale Dispersivität (mit Dimension einer Länge) bezeichnen. In dieser Näherung hängen die Dispersionskoeffizienten linear vom Betrag der Abstandsgeschwindigkeit ab. Die beiden Dispersivitäten sind reine Aquifereigenschaften. Die transversale Dispersivität ist typischerweise eine Größenordnung kleiner als die longitudinale Dispersivität (man setzt meist $\alpha_T = 0.1\alpha_L$).

Die Dispersivitäten und damit auch die Dispersionskoeffizienten im Grundwasser nehmen mit der Größenskala der beobachteten Konzentrationsverteilung zu (Abb. 7.9). Dies ist ganz analog zu den turbulenten Diffusionskoeffizienten in Seen oder im Ozean. Beim Grundwassertransport liegt die Ursache in der skalenabhängigen Heterogenität der Boden- bzw. Gesteinsmatrix.

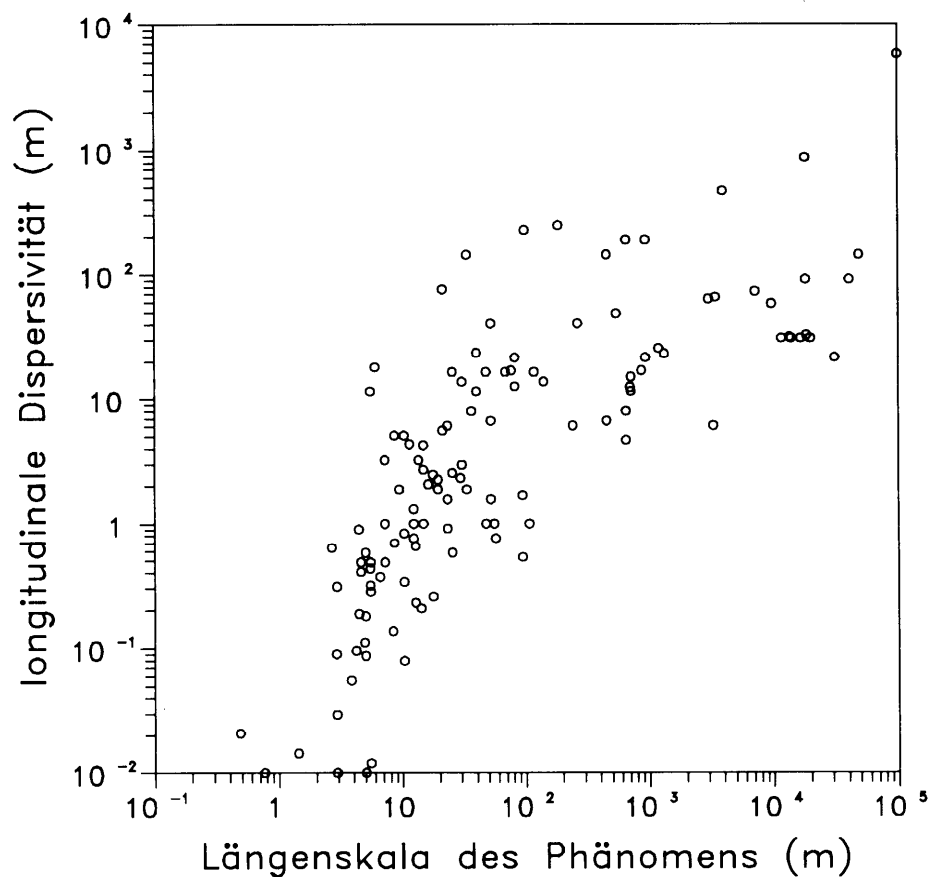


Abb. 7.9: Longitudinale Dispersivität in Abhängigkeit der Längenskala über die der Transport betrachtet wird. Mit zunehmender Längenskala nimmt die Dispersivität zu.

7.3.4 Adsorption

Im Unterschied zum Stofftransport in Oberflächengewässern spielt im Grundwasser neben der Advektion, Diffusion und Dispersion bei vielen Substanzen die Adsorption an die Gesteinsmatrix eine Rolle. Die Adsorption führt im Wesentlichen zu einer Verzögerung der Schadstoffausbreitung. Die Stoffmenge M_a , welche pro Volumenelement ΔV an der Gesteinsmatrix adsorbiert ist, lässt sich angeben durch:

$$(7.34) \quad M_a = \Delta V(1-n)\rho_m C_a$$

wobei ρ_m die Dichte der Gesteinsmatrix ist. $\Delta V(1-n)\rho_m$ entspricht mithin der Gesamtmasse der Gesteinsmatrix in ΔV und die adsorbierte Stoffkonzentration C_a wird als Stoffmenge pro kg Gestein angegeben.

Besteht Gleichgewicht zwischen gelöster und adsorbierter Stoffkonzentration (schnelle Adsorption) kann man die adsorbierte Konzentration C_a durch die gelöste Konzentration C ausdrücken. Der funktionale Zusammenhang zwischen C und C_a hängt vom Gestein, vom Stoff, vom Lösungsmittel und auch von der Temperatur ab. Bei konstanter Temperatur spricht man von einer Adsorptionsisotherme, die im einfachsten Fall auch linear sein kann:

$$(7.35) \quad C_a = K_a C$$

mit einem stoffabhängigen Adsorptionskoeffizienten K_a . Setzt man diese Adsorptionsisotherme in Gl. (7.34) ein, erhält man für die gesamte Masse M_{tot} des Stoffes pro Volumenelement ΔV (mit M_d = gelöste Stoffmenge):

$$(7.36) \quad M_{\text{tot}} = M_d + M_a = n\Delta VC + \Delta V(1-n)\rho_m K_a C = n\Delta VC \left(1 + \frac{(1-n)}{n} \rho_m K_a \right) \equiv R M_d$$

wobei $R = (1 + \rho_m K_a (1-n)/n)$ Retardierungsfaktor genannt wird. Die gesamte Stoffmenge ist also R mal größer als die Stoffmenge in Lösung, wobei R für adsorbierende Stoffe immer größer als 1 ist. Wenn wir diesen Zusammenhang in Form von Konzentrationen ausdrücken wollen, ist zusätzlich zu berücksichtigen, ob die Stoffmengen auf das gesamte Volumen (wie für M_{tot} sinnvoll) oder nur auf das Porenvolumen (wie für M_d sinnvoll) bezogen werden. Der Zusammenhang zwischen totaler Stoffkonzentration im Aquifervolumen und gelöster Konzentration im Porenvolumen enthält daher die Retardierung R und die Porosität n :

$$(7.37) \quad C_{\text{tot}} = \frac{M_{\text{tot}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{R M_d}{V_{\text{poren}}/n} = nR \frac{M_d}{V_{\text{poren}}} = nRC$$

7.3.5 Transportgleichung

Die Transportgleichung für einen Spurenstoff erhält man, indem man die Massenbilanz für den Spurenstoff in einem Kontrollvolumen berechnet. Die Änderung der gesamten Stoffmenge M_{tot} pro Volumeneinheit, also C_{tot} , entspricht der Divergenz der verschiedenen Stoffflüsse (vgl. Tab. 4.1). Mit Hilfe von Gl. (7.37) können wir diese Bilanz durch die Konzentration des gelösten Stoffes ausdrücken:

$$(7.38) \quad \frac{\partial C_{\text{tot}}}{\partial t} = \frac{\partial (nRC)}{\partial t} = -\text{div}(\mathbf{F}^{\text{ad}} + \mathbf{F}^{\text{dif}} + \mathbf{F}^{\text{dis}})$$

Bei konstanter Porosität n und Retardierung R unterscheidet sich also die transportbedingte Konzentrationsänderung im Grundwasser von derjenigen in einem freien Gewässer (s. z.B. Gl. 4.14) um den Faktor $1/nR$. Insbesondere heißt das, dass der Transport eines adsorbierenden Stoffes gegenüber einem nicht-reaktiven Stoff um den Faktor $1/R$ verlangsamt abläuft.

Die allgemeine Transportgleichung für gelöste Stoffe im Grundwasser erhalten wir durch einsetzen der Flüsse in Gl. (7.38), zusätzliche Berücksichtigung möglicher Stoffquellen oder Senken J_C , sowie des Effektes einer möglichen Zugabe J_W von Wasser mit der Konzentration C_{in} .

$$(7.39) \quad \frac{\partial(nRC)}{\partial t} = \nabla \cdot \left(-\mathbf{q}C + \frac{n}{\tau} \mathbf{D}_m \nabla C + n_{eff} \mathbf{D} \nabla C \right) + J_C + J_W C_{in}$$

Diese Gleichung lässt sich mit einigen Annahmen weiter vereinfachen. Zum einen ist der molekular-diffusive Transport gegenüber der Dispersion praktisch meist vernachlässigbar. Man kann die beiden Terme aber auch einfach durch Einführung einer totalen Dispersion gemäß $n_{eff} \mathbf{D}_{tot} = n\tau^{-1} \mathbf{D}_m \mathbf{1} + n_{eff} \mathbf{D}$ zusammenfassen. Nimmt man weiter an, dass n und R konstant sind, und $n_{eff} = n$ sei, so ergibt sich:

$$(7.40) \quad R \frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}C) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_{tot} \nabla C) + \frac{1}{n} (J_C + J_W C_{in})$$

Der Advektionsterm kann gemäß $\nabla \cdot (\mathbf{u}C) = \mathbf{u} \cdot \nabla C + C \nabla \cdot \mathbf{u}$ in zwei Beiträge zerlegt werden. Aus der Kontinuitätsgleichung (7.22) wissen wir, dass die Divergenz des Strömungsfeldes (beschrieben durch die Darcy-Geschwindigkeit \mathbf{q}) durch Speicherungsänderung und Wasserzugabe/-entnahme gegeben ist. Für stationäre Bedingungen ($\partial h / \partial t = 0$) und konstante Porosität folgt für die Divergenz der Abstandsgeschwindigkeit:

$$(7.41) \quad \text{div } \mathbf{u} = \frac{J_W}{n} \quad [\text{s}^{-1}]$$

Die Divergenz des Strömungsfeldes wird also nur durch Zugabe oder Entnahme von Wasser erzeugt. Der entsprechende Anteil des advektiven Transportes kann mit dem bereits eingeführten Quellterm $J_W C_{in}$ kombiniert werden, und wir erhalten:

$$(7.42) \quad \frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{R} \mathbf{u} \cdot \nabla C + \frac{1}{R} \nabla \cdot (\mathbf{D}_{tot} \nabla C) + \frac{J_C}{nR} + \frac{J_W}{nR} (C_{in} - C)$$

Diese Grundwasser-Transportgleichung ist ganz analog zur Advektions-Diffusionsgleichung in Oberflächengewässern (z.B. Gl. 4.16).

Die *Advektion* (1. Term auf der rechten Seite) führt zu einer Bewegung des Schwerpunktes der Tracerverteilung mit der Geschwindigkeit \mathbf{u}/R . Je größer das Adsorptionsverhalten des Stoffes ist, desto größer ist R und desto kleiner ist die Geschwindigkeit der Schwerpunktsbewegung (Retardierung).

Die *Dispersion* (2. Term auf der rechten Seite) führt zu einer Ausbreitung der Tracerverteilung relativ zum Schwerpunkt. Sind keine Quellen vorhanden und fällt die longitudinale Richtung mit der x - oder y -Richtung zusammen, so nimmt bei unendlich weit entfernten Rändern die Varianz der Verteilung in longitudinaler bzw. transversaler Richtung mit der Zeit linear zu:

$$(7.42) \quad \sigma_L^2 = \frac{2D_L t}{R} \quad \text{und} \quad \sigma_T^2 = \frac{2D_T t}{R}$$

Die Verteilungen von Stoffen, die stark adsorbieren, verbreitern sich langsamer als Verteilungen nichtadsorbierender Stoffe (wie z.B. Edelgase).

Der *Reaktionsterm* (3. Term auf der rechten Seite) beschreibt die Produktion ($J_C > 0$) oder den Abbau ($J_C < 0$) des Stoffes infolge von physikalischen (radioaktiver Zerfall), chemischen oder biologischen Prozessen.

Der *Quellterm* (4. Term auf der rechten Seite) beschreibt die Zugabe von Wasser mit der Konzentration C_{in} , z.B. durch Sickerbrunnen. Im Falle der Wasserentnahme ist $C_{in} = 0$ und J_W gleich dem Betrag der Wasserentnahmerate zu setzen.

Damit beschreibt die Gleichung (7.42) den Stofftransport beliebiger Substanzen im Untergrund. Um diese Gleichung lösen zu können, müssen aber die Abstandsgeschwindigkeiten im Untergrund bekannt sein. Dies ist leider normalerweise nicht der Fall und die Abstandsgeschwindigkeiten können auch nicht unmittelbar gemessen werden. Daher ist es nötig, in Abhängigkeit von leicht messbaren Größen die Abstandsgeschwindigkeit im Untergrund berechnen zu können. Dazu wird zunächst die Strömungsgleichung (7.24) gelöst.

Analog zu der Diskussion bei der Strömungsgleichung wird auch die Transportgleichung oft für den Fall des rein horizontalen Strömungsfeldes geschrieben. Die Annahme vernachlässigbarer vertikaler Strömungsgeschwindigkeiten (Dupuit-Annahme) hat einen sehr weiten Anwendungsbereich, da ein Aquifer im Vergleich zu seiner Mächtigkeit typischerweise eine sehr große horizontale Ausdehnung hat. Strömung und Stofftransport verlaufen dann im Wesentlichen horizontal (Aquifer type flow). Um zweidimensionalen horizontalen Transport zu beschreiben, muss man die dreidimensionalen Transportgleichungen über die Mächtigkeit des Aquifers integrieren. Zum gleichen Ergebnis führt aber auch, wenn man den zweidimensionalen Transport der über die (im Allgemeinen variable) Mächtigkeit m des Aquifers gemittelten Konzentration betrachtet.