

Charakterisierung der Dynamik von Rissmustern in tonigen Böden

H.-J. Vogel¹, A. Leopold und K. Roth

Die Struktur­dynamik in tonigen Böden ist ein notorisches Problem bei der Modellierung von Fluss und Transport. Die resultierende Dynamik von Schrumpfrissen ist massgeblich für das hydraulische Verhalten und kann typischerweise nur über effektive Fittingparameter berücksichtigt werden. Eine ideale Lösung dieses Problems wäre ein dynamisches Strukturmodell, welches die Geometrie und Verteilung von Rissen als Funktion der physikalischen Randbedingungen liefert. Als Voraussetzung für ein solches Modell werden in diesem Beitrag Methoden zur Charakterisierung von Rissmustern in Böden vorgestellt. In einem zweiten Beitrag [Leopold et al. 03] werden die zugrundeliegenden physikalischen Prozesse qualitativ diskutiert und in ein Strukturmodell für die Rissdynamik umgesetzt.

Experimente

Es wurden Trocknungsexperimente an homogenen Gemischen aus Sand (S) und Bentonit (B) bei verschiedenen Mischungsverhältnissen (SB-5:1 und SB-1:1) durchgeführt. Das Material wurde bei hohem Wassergehalt mit einer Schichtdicke von 5 mm auf einer Glasplatte verstrichen. Während der Trocknung bei Raumtemperatur wurden das entstehende Rissmuster in regelmässigen Abständen photographiert, Beispiele zeigen Abb. 1 und 2.

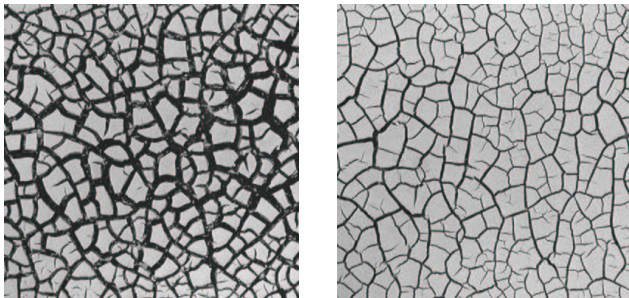


Abbildung 1: Rissmuster nach Trocknung von Sand-Bentonit Gemischen, SB-1:1 (links) und SB-5:1 (rechts).

Quantitative Charakterisierung

Die aufgenommenen Bilder zeigen einen starken Kontrast zwischen Rissen und Aggregaten. Sie können damit relativ einfach binarisiert und damit für die Bildanalyse zugänglich gemacht werden. Zunächst wurden einfache geometrische Kenngrössen als Funktion der Austrocknung gemessen: die Flächendichte A_A der Risse, die Längendichte L_A der Aggregatgrenzlinien und die Anzahl­dichte χ_A der Risse. Dabei entspricht χ der Eulerzahl, definiert als die Anzahl isolierter Risse abzüglich der Anzahl von 'Riss­schleifen' und beschreibt

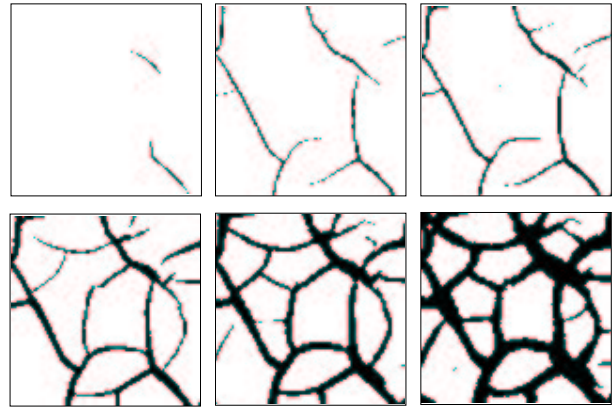


Abbildung 2: Dynamik der Rissbildung (von links oben nach rechts unten) in einem binarisierten Ausschnitt von SB-1:1.

damit die Topologie des Rissmusters. Diese drei Basisgrössen werden auch als Minkowskifunktionale bezeichnet [Mecke, 2000].

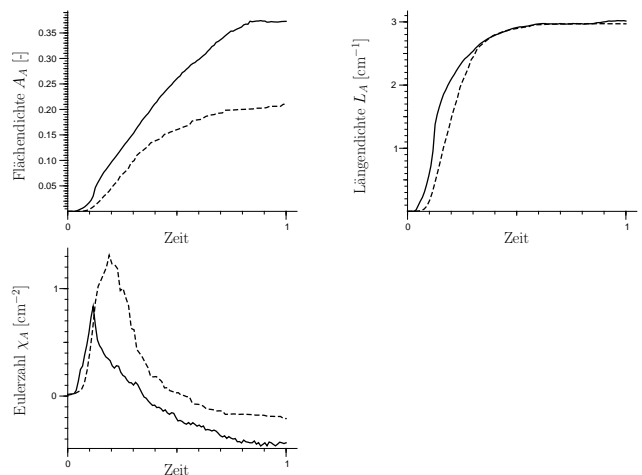


Abbildung 3: Dynamik der Minkowskifunktionale für die beiden Experimente SB-1:1 (durchgezogen), SB-5:1 (gestrichelt).

In Abb. 3 sind die Ergebnisse für die beiden Experimente dargestellt. Im tonigeren Material steigt in einer ersten Phase der Rissbildung sowohl die Risslänge als auch die Rissfläche schnell an, in einer zweiten Phase steigt die Risslänge immer langsamer während die Rissflächen aufgrund der Aggregatschumpfung noch kontinuierlich zunimmt. Im sandigeren Material lassen sich diese beiden Phasen nicht unterscheiden, die Rissbildung erfolgt hier in einem kontinuierlicheren Prozess. In beiden Materialien bilden sich zunächst isolierte Risse an verschiedenen Stellen (positive Eulerzahl), im sandigen Material mehr als im tonigeren. Anschliessend verbinden sich die Risse zunehmend (abnehmende Eulerzahl). Schliesslich wird ein stationärer Zustand erreicht.

Die hier betrachteten Grössen beschreiben mittlere Eigenschaften der Rissmuster, ohne Informationen über Grössenverteilungen zu liefern. Dies kann erreicht werden, indem die Minkowskifunktionale in Abhängigkeit der Aggregatgrössen gemessen werden. Dazu werden die binären Rissbilder in Grauwertbilder überführt, wo-

¹Institut für Umweltphysik, Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 229, D-69120 Heidelberg
email: hjoegel@iup.uni-heidelberg.de

bei jeder Pixel innerhalb eines Aggregates einen Grauwert entsprechend seinem Abstand zum nächst gelegenen Riss erhält (Abb. 4 links). Die Abstände werden über morphologische Erosionen durch kreisförmige Strukturelemente mit zunehmenden Radien r erhalten [Serra, 1982].

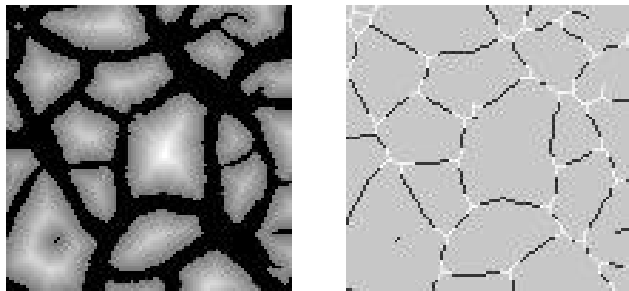


Abbildung 4: Grauwertbild der Abstände (links) und Skeleton der Risse zur Beurteilung der Verzweigungswinkel (rechts) in einem Ausschnitt von SB-1:1.

An diesen Grauwertbildern lassen sich die Minkowskifunktionale der Bodenmatrix in Abhängigkeit der Grauschwelle für die Binarisierung, d.h. dem Abstand r vom nächsten Riss, berechnen. Diese Beziehungen werden auch als Minkowskifunktionen $A_A(r)$, $L_A(r)$ und $\chi_A(r)$ bezeichnet [Mecke, 2000]. Die Ergebnisse sind für verschiedene Stadien der Rissbildung in Abb. 5 dargestellt. Aus $A_A(r)$ ist die Grössenverteilung der Aggregate ersichtlich. Sie verschiebt sich im tonigeren Material kontinuierlich in Richtung der kleineren Aggregate, während die Grössenverteilung im sandigeren Material schneller einen stationären Zustand erreicht und mit grösseren Aggregaten endet.

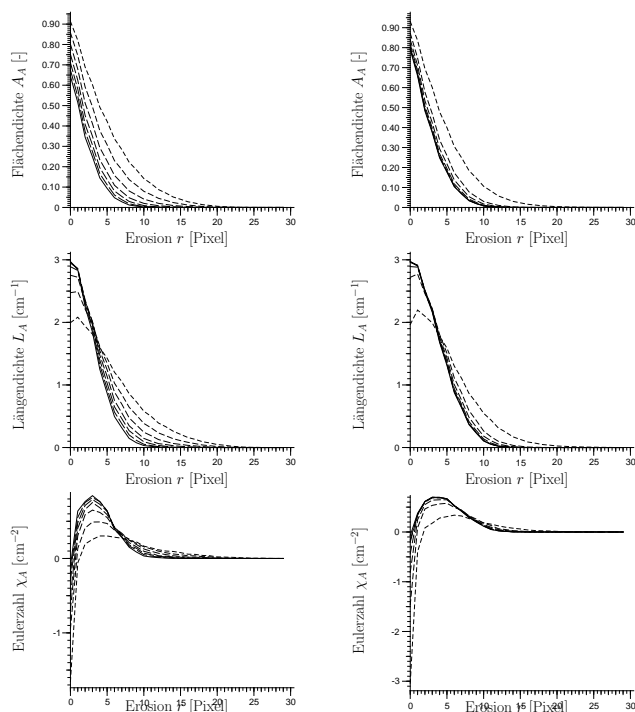


Abbildung 5: Minkowskifunktionen für verschiedene Zeiten während der Rissbildung (zunehmend mit Strichlänge) für SB-1:1 (links) und SB-5:1 (rechts).

Eine entsprechende Dynamik zeigt $L_A(r)$. Am Anfang der Rissbildung sind die Aggregate noch nicht vollständig ausgebildet, daher steigt zunächst die Grenzlinienlänge mit der Erosion der Festsubstanz. Aus dem

gleichen Grund, steigt die Anzahl der Aggregate bis zu einem Maximum von $\chi_A(r)$. Dieses Maximum kann als Anzahldichte der Aggregate interpretiert werden, welche im tonigeren Material höher ist. Der anschließende absteigende Ast von $\chi_A(r)$ beschreibt wiederum die Grössenverteilung der Aggregate, hier jedoch nicht bezogen auf die Fläche sondern die Anzahl.

Die Minkowskifunktionen liefern eine relativ umfassende Beschreibung der geometrischen Dynamik, allerdings sind sie weniger sensitiv für die Form der Risse bzw. der Aggregate. Um diese besser zu charakterisieren wurde die Verteilung der Verzweigungswinkel bestimmt. Dazu wurde zunächst das Skelett des Rissbildes berechnet (Abb. 4 rechts), sodass die Verzweigungspunkte eindeutig identifiziert und die Verzweigungswinkel gemessen werden konnten (Abb. 6).

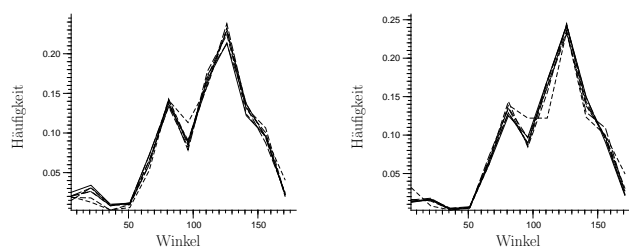


Abbildung 6: Verteilung der Verzweigungswinkel (Winkelklassen mit 12°) für verschiedene Zeiten während der Rissbildung (zunehmend mit Strichlänge) für SB-1:1 (links) und SB-5:1 (rechts).

Die Winkelverteilung ist in beiden Materialien sehr ähnlich. Es gibt zwei deutliche Maxima bei 120° und bei 90° , wobei sich das zweite Maximum zu einem späteren Zeitpunkt erst ausbildet. Erklärbar ist diese Verteilung aus den zu erwartenden Spannungsverteilungen während der Bildung des Rissmusters (vergl. Leopold et al. [2003]).

AUSBLICK

Die hier vorgestellten Experimente, zusammen mit der quantitativen Charakterisierung der Struktur dynamik reflektieren die zugrundeliegenden physikalischen Prozesse. In einem weiteren Beitrag in diesem Band [Leopold et al., 2003] wird ein Strukturmodell vorgestellt, das die hier gemessene Phänomenologie reproduziert.

ZITIERTE LITERATUR

Leopold, A., H. Hoffmann, H.-J. Vogel and K. Roth, 2003: Modellierung der Rissdynamik in tonigen Böden, *Mitteilgn. Dtsch. Bodenkundl. Gesellsch. (in diesem Band)*

Mecke, K. R., 2000: Additivity, convexity, and beyond: applications of Minkowski functionals in statistical physics, *Lecture Notes in Physics*, **554**, 111–184.

Serra, J., 1982: *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Academic Press, London.