

5. Interpretation von Wasseraltern

Was ist die Bedeutung des Wasseralters? Zweifellos sagt es etwas aus über die Zeit, die seit der letzten Equilibrierung des betrachteten Wasserpakets mit der Atmosphäre verstrichen ist. Können wir annehmen, dass sich das betreffende Wasserpaket vor der entsprechenden Zeit im atmosphärischen Gleichgewicht befand und sich seither seine Tritium- und Heliumkonzentration nur gemäss dem Gesetz des radioaktiven Zerfalls entwickelten? Gibt das Wasseralter die Verweilzeit des Wasserpakets oder des gelösten Heliums in der betrachteten Wasserschicht wieder?

Wenn das ^3H - ^3He -System im Sinne einer klassischen radioimetrischen Datierungsmethode eingesetzt werden soll, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Das zu datierende Ereignis soll das Verhältnis der Konzentration von Mutter- (^3H) zu Tochterisotop (^3He) fraktioniert haben. Idealerweise wurde das Tochterisotop aus dem System eliminiert oder zumindest gegenüber der Mutter stark abgereichert. Andernfalls muss die initiale Konzentration der Tochter sehr genau bekannt sein.
2. Seit dem zu datierenden Ereignis soll sich das System geschlossen entwickelt haben, d. h. weder Mutter- noch Tochterkerne verloren oder aufgenommen haben.

Die erste Forderung ist für die ^3H - ^3He -Methode nur teilweise erfüllt. Bei der Äquilibration mit der Atmosphäre wird die ^3He -Konzentration auf den bekannten Sättigungswert festgelegt. Dieser Wert ist aber nicht klein gegenüber den typischen Tritiumkonzentrationen, sondern vergleichbar mit diesen. Das stellt hohe Forderungen an die Messgenauigkeit, um auch geringe relative Veränderungen der ^3He -Konzentration nachweisen zu können (vgl. Kap. 4.4.1). Gravierender ist, dass in Seen nicht immer mit vollständiger Äquilibration gerechnet werden kann. In Kap. 5.1 werden die Auswirkungen der endlichen Gasaustauschgeschwindigkeit diskutiert.

Die zweite Forderung ist für die ^3H - ^3He -Methode am kritischsten. Im natürlichen System See gibt es keine abgeschlossenen Wasserpakete. Wir müssen daher untersuchen, wie Diffusion, Mischung und Advektion das Wasseralter beeinflussen. Oftmals interessieren ja gerade diese Prozesse viel mehr als das Alter im Sinne der Verweilzeit einer bestimmten Wassermasse. Die Auswirkungen von Mischungsprozessen auf das Wasseralter werden in den Kapiteln 5.2 bis 5.4 behandelt. In den Kapiteln 5.5 und 5.6 wird gezeigt, wie mit Hilfe von Modellvorstellungen die Parameter der genannten Prozesse bestimmt werden können.

Notations- und Einheitenkonvention

Um die Formeln in diesem Kapitel übersichtlich zu halten, kürzen wir die Schreibweise der Konzentrationen von ^3H und $^3\text{He}_{\text{tri}}$ ab. Beide Konzentrationen werden in denselben

Einheiten angegeben, wobei wir aus praktischen Gründen meist TU verwenden. Diese Einheit ist gemäss (2.4) als Synonym für $66'850 \text{ Atome/g}$ zu verstehen. Wir definieren:

$$H \equiv [{}^3\text{He}_{\text{tri}}], \quad T \equiv [{}^3\text{H}] \quad [\text{TU}] \quad (5.1)$$

Daraus werden die folgenden Grössen abgeleitet (vgl. Kap. 4.4):

$$X \equiv \frac{H}{T} \quad [-] \quad \text{und} \quad \tau = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 + X) : \text{Wasseralter [a].} \quad (5.2)$$

Um die Begriffe klarzustellen, bezeichnen wir mit "Wasseralter" stets jenes scheinbare Alter, das sich durch Anwendung von (5.2) auf das betrachtete Wasserpaket ergibt. Bei Mischung zweier Wasserpakete muss davon das "wahre" Mischalter unterschieden werden, das sich aus der Mischungsrechnung für die Wasseralter der beiden ursprünglichen Komponenten ergibt. Beide Altersmasse brauchen nicht mit der tatsächlichen Aufenthaltszeit im Tiefenwasser übereinzustimmen. Letztere kann durch das von Thiele und Sarmiento (1990) eingeführte Konzept des idealen Alters definiert werden. Dieses ist null, solange das Wasser an der Oberfläche im Kontakt mit der Atmosphäre steht und nimmt sonst 1:1 mit der Zeit zu. In Wirklichkeit besitzt jedoch auch Oberflächenwasser ein von null verschiedenes "initiales" Alter.

5.1. Gasaustausch und initiales Wasseralter

Um ein Ereignis wie z. B. eine vertikale Zirkulation in einem See datieren zu können, müssen wir die unmittelbar nach dem Ereignis ($t = 0$) im Wasser verbliebene, sogenannte initiale Konzentration von tritiogenem ${}^3\text{He}$ kennen. Daraus berechnen wir das initiale Alter τ_{init} , welches bei der Schliessung des Systems herrschte. Wenn τ_{init} von null verschieden ist, wurde die " ${}^3\text{H}$ - ${}^3\text{He}$ -Uhr" durch das Ereignis nicht vollständig zurückgesetzt. Der entscheidende Prozess bei der Einstellung des initialen ${}^3\text{He}_{\text{tri}}$ ist der Gasaustausch (s. Kap. 2.6). Der Fluss von ${}^3\text{He}$ vom Wasser in die Atmosphäre ist:

$$F_{{}^3\text{He}} = v_3 \left([{}^3\text{He}] - [{}^3\text{He}]_{\text{eq}} \right) \quad [(\text{cm}^3 \text{STP/g}) \cdot (\text{m/d})] \quad (5.3)$$

Die Gasaustauschgeschwindigkeit von ${}^3\text{He}$ (v_3) ist stark windabhängig (Kap. 2.6.3). Bei den für Schweizer Seen typischen Windverhältnissen sind Werte um 1 m/d zu erwarten. In einer durchmischten Schicht der Dicke h_{mix} wird die Konzentration von tritiogenem ${}^3\text{He}$ (H) durch den Gasaustausch und den Tritiumzerfall verändert:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{v_3}{h_{\text{mix}}} H + \lambda T = \frac{1}{\tau_{g3}} H + \lambda T \quad [(\text{cm}^3 \text{STP/g})/\text{d}] \quad (5.4)$$

$$\text{mit der Zeitkonstante des Gasaustausches } \tau_{g3} \equiv \frac{h_{\text{mix}}}{v_3} \quad [\text{d}] \quad (5.5)$$

Die Lösung von (5.4) für konstantes τ_{g3} und T ist

$$H(t) = H_{\infty} + (H_0 - H_{\infty}) \cdot e^{-t/\tau_{g3}} \quad [\text{cm}^3\text{STP/g}] \quad (5.6)$$

$$\text{mit } H_0 = H(0) \text{ und } H_{\infty} = \tau_{g3}\lambda T \quad [\text{cm}^3\text{STP/g}] \quad (5.7)$$

τ_{g3} ist die mittlere Lebensdauer des ^3He -Überschusses bezüglich des Gasaustausches und die Zeitkonstante für die Rückstellung des Überschusses auf den stationären Wert H_{∞} . Eine vollständige vertikale Zirkulation des Wasserkörpers eines Sees baut den ^3He -Überschuss gemäss (5.6) ab, wobei für die Mischungstiefe in (5.5) die mittlere Tiefe \bar{h} des Sees einzusetzen ist. Diese mittlere Tiefe variiert für die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Seen von 11 m für den Soppensee bis zu 170 m für den Van See.

Mit einer Gasaustauschgeschwindigkeit von 1 m/d liegen folglich die Austauschzeiten zwischen 11 und 170 Tagen. Nach einer Zeit von $3\tau_{g3}$ ist der anfängliche Heliumüberschuss bis auf 5 % abgebaut. Offensichtlich kann diese Zeitspanne für tiefe Seen die Grössenordnung von einem Jahr erreichen. Somit genügt eine saisonale Zirkulation nicht, um H in den Stationärzustand zu bringen. In relativ seichten Seen genügt dagegen eine realistische winterliche Zirkulationsphase von ein bis zwei Monaten. In diesem Fall ist das initiale Alter gleich dem stationären Alter der Zirkulationsphase und kann aus (5.2) und (5.7) berechnet werden:

$$\tau_{init} = \tau_{\infty} = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln(1 + \lambda\tau_{g3}) \quad [\text{a}] \quad (5.8)$$

Es gilt $\lambda\tau_{g3} \ll 1$ und der Logarithmus kann linearisiert werden. Damit folgt $\tau_{\infty} \approx \tau_{g3}$, das stationäre Alter ist gleich der Aufenthaltszeit des ^3He . Diese Relation kann zur Bestimmung der Gasaustauschgeschwindigkeit benutzt werden (s. Kap. 5.6.2). Für die Interpretation des Wasseralters ist es interessant zu bemerken, dass keine exakte Identität zwischen dem Alter und der mittleren Verweilzeit des Heliums besteht. Die naheliegende Interpretation des Wasseralters als Aufenthaltszeit gilt nur für Zeiten die klein gegenüber der Lebensdauer von Tritium (≈ 18 a) sind.

In seichten Seen kann das initiale Wasseralter also gut abgeschätzt werden und ist überdies klein. Somit kann das Ende der letzten Zirkulation datiert werden. In tiefen Seen jedoch bleibt auch nach einer Zirkulation ein über τ_{∞} hinausgehendes initiales Alter zurück. Das Problem des initialen Alters wurde auch für den Ozean behandelt (Fuchs et al., 1987). Diese Autoren geben eine Abschätzung des initialen Alters in der durchmischten Oberflächenschicht als Funktion der Tiefe dieser Schicht, aufgrund eines einfachen Modells. Dieses Modell setzt die Kenntnis der Konvektionsdauer, des zeitlichen Verlaufes der Konvektionstiefe sowie der Gasaustauschgeschwindigkeit voraus. Nur im Rahmen eines solchen Modelles kann die ^3H - ^3He -Methode zur Datierung von Mischungseignissen in tiefen Seen eingesetzt werden.

5.2. Einfluss der Mischung auf das Wasseralter

Das Wasseralter ist eine nichtlineare Funktion des Parameters $X = H/T$. Dieser wiederum hängt zwar linear von H , aber nichtlinear von T ab. Man kann daher nicht erwarten, dass das Wasseralter einer Mischung zweier Wassermassen dem wahren Mischalter der beiden Komponenten entspricht. Die Effekte der Nichtlinearität des Wasseralters bei der Mischung wurden exemplarisch von Jenkins und Clarke (1976) diskutiert. Wir betrachten die Mischung zweier Wassermassen $i = 1, 2$ mit den Volumina V_i und den Konzentrationen H_i und T_i . Der Mischungsparameter sei $\alpha = V_1/(V_1 + V_2)$. Es gelten die folgenden Zusammenhänge:

$$H = \alpha H_1 + (1 - \alpha) H_2 \quad [\text{TU}] \quad (5.9a)$$

$$T = \alpha T_1 + (1 - \alpha) T_2 \quad [\text{TU}] \quad (5.9b)$$

$$X = \frac{H}{T} = \frac{\alpha H_1 + (1 - \alpha) H_2}{\alpha T_1 + (1 - \alpha) T_2} = \frac{\alpha \theta X_1 + (1 - \alpha) X_2}{\alpha \theta + (1 - \alpha)} \quad [-] \quad (5.10)$$

wobei $\theta \equiv T_1/T_2$ das Verhältnis der Tritiumkonzentrationen ist.

Die Grösse X in der Mischung ist nicht nur von α , X_1 und X_2 abhängig, sondern auch vom Tritiumverhältnis θ . Nur für $\theta = 1$, also identische Tritiumkonzentrationen in den beiden Mischungskomponenten, reduziert sich die Gleichung (5.10) auf eine normale Mischung der Form (5.9). Für $\theta > 1$ wird der Beitrag der Komponente X_1 verstärkt, für $\theta < 1$ abgeschwächt. Daraus folgt, dass in der Mischung stets die Komponente mit der grösseren Tritiumkonzentration stärker gewichtet wird.

Selbst bei gleichen Tritiumkonzentrationen in beiden Komponenten ist das Wasseralter aber aufgrund der des Logarithmus kein einfaches Mischalter. Wegen

$$\frac{d^2}{dx^2} \ln(x) = -\frac{1}{x^2} < 0 \quad (5.11)$$

ist der Logarithmus eine konkave Funktion. D. h. die Verbindungsgerade zweier Punkte $\tau(X_1)$ und $\tau(X_2)$ verläuft stets unterhalb der Kurve $\tau(X)$. Folglich ist das Wasseralter der Mischung grösser als jede Linearkombination $\alpha \tau(X_1) + (1 - \alpha) \tau(X_2)$ der Alter der beiden Komponenten.

Um die Effekte der Nichtlinearität zu illustrieren, berechnen wir das Wasseralter der Mischung zweier Komponenten als Funktion des Mischungsparameters α für verschiedene Werte von Θ .

1. Komponente (jung): $T_1 = \Theta T_2, H_1 = X_1 = 0, \tau_1 = 0.$
2. Komponente (alt): $T_2 = T_1/\Theta, H_2 = T_2, X_2 = 1, \tau_2 = T_{1/2} = 12.43 \text{ a.}$

Die Resultate dieser Berechnungen sind in Fig. 5.1 dargestellt. Die dick ausgezogene Gerade gibt das wahre Alter der Mischung an. Wie erwartet ist das Wasseralter der Mi-

schung für $\theta = 1$ wegen der Nichtlinearität des Logarithmus grösser als das wahre Alter. Diese Überschätzung des Alters wird noch verstärkt, wenn die ältere Komponente auch tritiumreicher ist ($\theta < 1$), während sich die Verhältnisse im Falle einer jungen, tritiumreichen Komponente ($\theta > 1$) zu deren Gunsten ändern können.

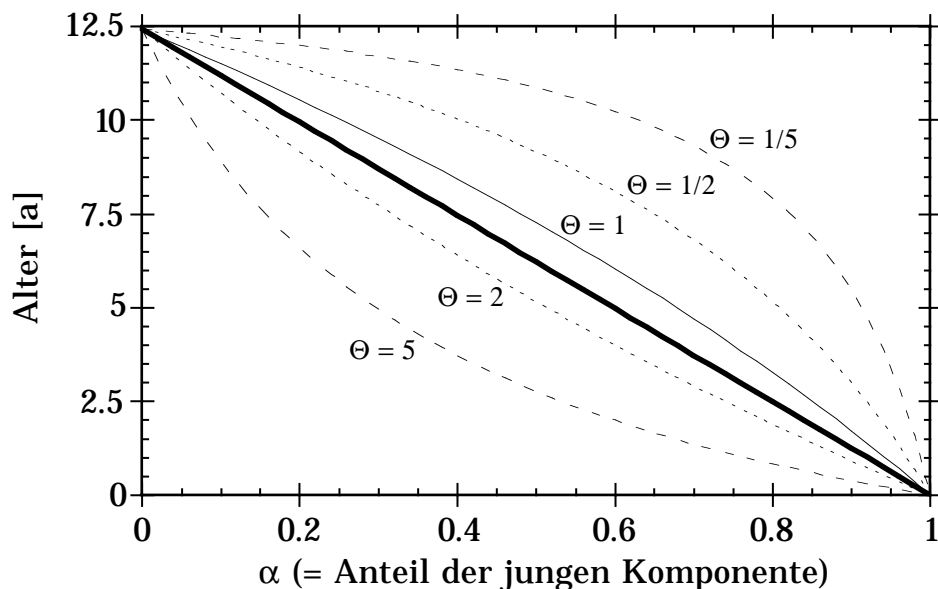


Fig. 5.1. Wasseralter der Mischung von jungem ($\tau_1 = 0$) mit altem ($\tau_2 = T_{1/2}$) Wasser für verschiedene Tritiumverhältnisse $\Theta = T_1/T_2$ der Komponenten.

Im Tiefenwasser meromiktischer Seen findet man heutzutage altes, tritiumreiches Wasser, welches langsam durch junges, weniger tritiumhaltiges Oberflächenwasser erneuert wird (Bsp. s. Kap. 6). Dies entspricht dem Fall $\theta < 1$ in Fig. 5.1. Die Nichtlinearität des Alters führt zu einer scheinbaren Abschwächung des Verjüngungsprozesses. Wird beispielsweise Tiefenwasser mit 50 TU Tritium und einem Alter von 16 Jahren (typische Werte für den Luganersee) durch 10 % Frischwasser mit 20 TU erneuert, so resultiert eine Verjüngung von nur knapp 3 %. Die isolierte Betrachtung des Wasseralters führt zu erheblicher Fehleinschätzung der Tiefenwassererneuerung. Man sollte zusätzlich die Grössen H und T betrachten, die unter Mischung erhalten bleiben.

Für gut durchmischte Seen spielt das nichtlineare Verhalten des Wasseralters eine untergeordnete Rolle. In solchen Seen ist das Alter klein und kann linearisiert werden. Ausserdem sind in regelmässig zirkulierenden Seen die Tritiumgradienten klein. Das Wasseralter bleibt daher unter Mischung annähernd erhalten.

5.3. Das "1-Box-Modell des Hypolimnions"

Die Überlegungen des letzten Kapitels sagen nichts aus über die zeitliche Entwicklung des Wasseralters in einem nicht vollständig abgeschlossenen System. Um ein Gefühl für den Einfluss der Mischung auf die Dynamik des Wasseralters zu bekommen, unter-

suchen wir ein stark vereinfachtes Modell. Wir stellen uns das Hypolimnion eines Sees als vollständig durchmischt und konstant durchflossen vor. Wir betrachten die Entwicklung der Größen T , H und τ in diesem System. Das Modell entspricht einem durchmischten Durchflussreaktor mit linearer Reaktion (^3H -Zerfall).

Das Modell lässt sich auch auffassen als reduzierte Form eines 2-Box-Seemodells, bestehend aus einer Epi- und einer Hypolimnion-Box (vgl. Kap. 5.5). Die obere Box, zu der die Randbedingungen an der Oberfläche gehören, wird als stets vollständig im Gleichgewicht mit der Atmosphäre betrachtet. Da somit im Epilimnion keine echte Dynamik mehr möglich ist, kann diese Box weggelassen und durch die Zufuhr von "Regenwasser" mit Alter null und jeweils aktuellem Tritiumgehalt ins Hypolimnion ersetzt werden. Im Gegensatz zu einem 1-Box-Modell des ganzen Sees enthält dieses Modell keinen Gasaustausch. Das folgende Schema illustriert die dem Modell zugrundeliegenden Vorstellungen.

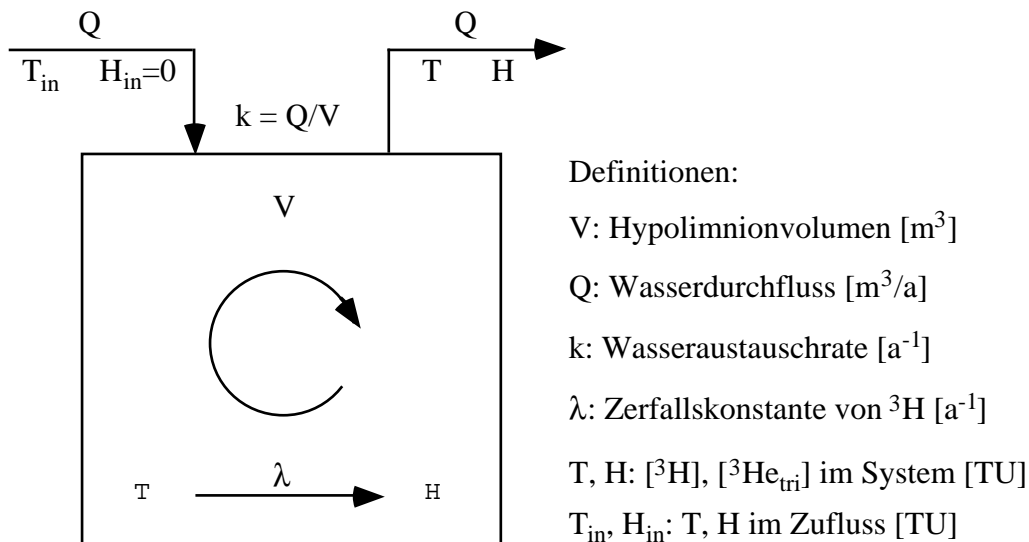


Fig. 5.2. Schema zum 1-Box-Modell des Hypolimnions

Die Bilanzgleichungen des Systems lauten:

$$\frac{dT}{dt} = kT_{\text{in}} - (k + \lambda)T \quad [\text{TU}/\text{a}] \quad (5.12a)$$

$$\frac{dH}{dt} = \lambda T - kH \quad [\text{TU}/\text{a}] \quad (5.12b)$$

Dies ist ein System von zwei gekoppelten, linearen, inhomogenen Differentialgleichungen 1. Ordnung. Um es vollständig zu definieren, müssen wir die Anfangsbedingungen sowie den inhomogenen "Störterm" $T_{\text{in}}(t)$ kennen. Für die langfristige Entwicklung des Systems (Stationärzustand) spielen die Anfangsbedingungen keine Rolle, wir setzen ganz allgemein $T(0) = T_0$ und $H(0) = H_0$. Sehr wichtig ist dagegen der externe Störterm, der das System antreibt. $T_{\text{in}}(t)$ ist eine komplizierte, stark variierende Funktion der Zeit

(Kap. 2.4.3). Man beachte, dass aufgrund der getroffenen Annahmen nur das Tritium einer variablen externen Störung, entsprechend der Randbedingung an der Oberfläche, unterliegt. Man könnte daher erwarten, dass das Wasseralter eher als das Tritium einen Stationärzustand erreicht. In der Einfachheit der Randbedingung liegt ein wichtiger Vorteil des Wasseralters gegenüber dem Tritium.

5.3.1. Das 1-Box-Modell mit konstantem Tritiumeintrag

Da es sich bei (5.12) um ein lineares System handelt, können wir den Einfluss der Variation von T_{in} durch eine Superposition von Lösungen zu verschiedenen konstanten Werten von T_{in} beschreiben. Viele charakteristische Eigenschaften des Systemverhaltens kann man aus der Lösung für konstanten Tritiumeintrag ableiten. Insbesondere wollen wir zunächst den Stationärzustand untersuchen:

$$T_{\infty} = \frac{k}{k + \lambda} T_{in} \quad [\text{TU}] \quad (5.13a)$$

$$H_{\infty} = \frac{\lambda}{k} T_{\infty} = \frac{\lambda}{k + \lambda} T_{in} \quad [\text{TU}] \quad (5.13b)$$

Daraus können wir sofort den Stationärzustand für das Alter berechnen:

$$\tau_{\infty} = \frac{1}{\lambda} \ln \left(1 + \frac{H_{\infty}}{T_{\infty}} \right) = \frac{1}{\lambda} \ln \left(1 + \frac{\lambda}{k} \right) \quad [\text{a}] \quad (5.14)$$

Das stationäre Wasseralter hängt also nur von den beiden Zeitkonstanten der Wassererneuerung (k) und des Tritiumzerfalls (λ) ab und nicht von der äusseren "Anregung" T_{in} . Für $k \gg \lambda$ können wir linearisieren und erhalten

$$\tau_{\infty} = \frac{1}{\lambda} \ln \left(1 + \frac{\lambda}{k} \right) \approx \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda}{k} = \frac{1}{k} = \text{Aufenthaltszeit} \quad [\text{a}] \quad (5.15)$$

Gemäss der Definition von k ist $1/k$ gerade die mittlere Aufenthaltszeit des Wassers im Hypolimnion. Für diesen Fall hat also das Wasseralter die erwartete anschauliche Bedeutung. Freilich bedeutet der Fall $k \gg \lambda$ grosse Wassererneuerung, denn λ beträgt immerhin 5.6 % pro Jahr.

Fig. 5.3 vergleicht τ_{∞} und $1/k$ in Abhängigkeit von k . Nur für Erneuerungsraten grösser als 0.3 a^{-1} stimmen die beiden Zeitmasse überein. Bei kleineren k wächst die Differenz massiv an, wobei das Wasseralter im Stationärzustand stets kleiner als die mittlere Wasseraufenthaltszeit ist. Das kommt daher, dass bei konstantem T_{in} die ^3H -Konzentration im System infolge des Zerfalls kleiner ist als im Zufluss. Die Mischung verschiebt das Wasseralter zugunsten der tritiumreicheren, jungen Komponente.

In regelmässig zirkulierenden Seen (grosses k) gibt das Wasseralter die Aufenthaltszeit korrekt wieder. Für diese Seen ist das vorliegende Modell mit kontinuierlichem Wasseraustausch über das ganze Jahr aber sehr grob, denn in der Realität erfolgt die

Zirkulation schubweise jeweils im Winter. Daher erreicht das Wasseralter nie einen Stationärzustand. Jeden Winter wird das Alter durch die Zirkulation stark verringert, während es über den Sommer, solange eine stabile Dichteschichtung besteht, wieder anwächst. Als Beispiel für ein solches Verhalten können die Becken des Vierwaldstättersees dienen (s. Kap. 7.4.1).

In gewissen tiefen und stark chemisch stabilisierten Seen (s. Kap. 6) tritt über Jahrzehnte keine Vollzirkulation auf. Dennoch muss aufgrund der turbulenten Diffusion das ganze Jahr hindurch eine gewisse Erneuerung des Tiefenwassers stattfinden. Dieses Mischungsverhalten entspricht eher unserem 1-Box-Modell mit konstanter, aber kleiner Wassererneuerung. In solchen Seen ist es denkbar, dass das Wasseralter einen stationären Wert erreicht, der nicht exakt der Aufenthaltszeit im Tiefenwasser entspricht.

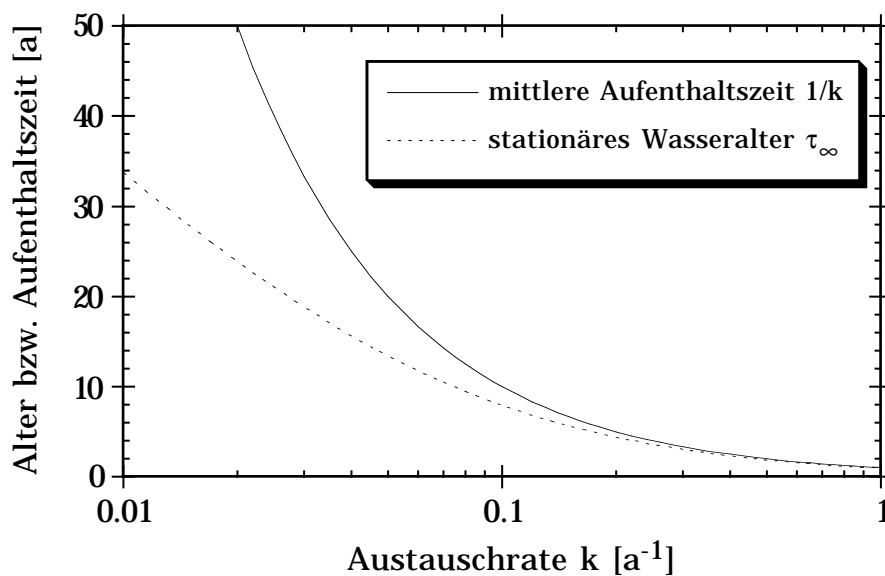


Fig. 5.3. Das Wasseralter im Stationärzustand im Vergleich mit der mittleren Wasseraufenthaltszeit als Funktion der Austauschrate k im 1-Box-Modell des Hypolimnions für konstanten Tritiuminput.

Die allgemeinen Lösungen des Systems (5.12) mit konstantem T_{in} sind Superpositionen der stationären Lösungen und exponentiell abklingender Terme:

$$T(t) = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty})e^{-(k+\lambda)t} \quad [\text{TU}] \quad (5.16a)$$

$$H(t) = H_{\infty} + (H_0 - H_{\infty})e^{-kt} + (T_0 - T_{\infty})(e^{-kt} - e^{-(k+\lambda)t}) \quad [\text{TU}] \quad (5.16b)$$

Es ist zu bemerken, dass das Tritium mit der Anpassungsrate $(k + \lambda)$ dem Stationärzustand zustrebt, während beim ^3He und somit auch beim Alter Terme mit der kleineren Rate k stehen. Dies folgt daraus, dass das Tritium nebst dem Abfluss (Rate k) einem weiteren Abbauprozess unterworfen ist, nämlich dem Zerfall (Rate λ). Mithin gelangt das Tritium schneller ins Gleichgewicht als das Alter, insbesondere für $k \ll \lambda$. Allerdings ist T_{∞} im Gegensatz zu τ_{∞} für variables T_{in} nicht konstant.

Fig. 5.4 zeigt ein Beispiel für die zeitliche Entwicklung der Variablen T, H und τ als Funktion der Zeit bei konstantem Tritiumeintrag. Die Parameter wurden wie folgt gewählt: $H_0 = \tau_0 = 0$, $T_0 = 50$ TU, $T_{in} = 20$ TU, $k = \lambda = 0.0558 \text{ a}^{-1}$. Die Tritiumkonzentration erreicht mit einer Reaktionszeit von $(k + \lambda)^{-1} \approx 9$ a relativ schnell die Gleichgewichtskonzentration, welche genau die Hälfte der Konzentration im Zufluss beträgt. Die ^3He -Konzentration sowie das Alter steigen zunächst rasch an, überschreiten das Gleichgewicht leicht und nähern sich dann langsam dem Stationärzustand. Das Überschreiten ist zurückzuführen auf die "Erinnerung" des Heliums an die Anfangszeit mit grosser Tritiumkonzentration. Da die Abbaurate des Heliums kleiner ist als diejenige des Tritiums, behält das Helium mehr Information über frühere Zustände des Systems als das Tritium. Mit abnehmendem k dauert das Erreichen des Stationärzustandes für Helium und Alter immer länger und das Ausmass des Überschliessens nimmt zu.

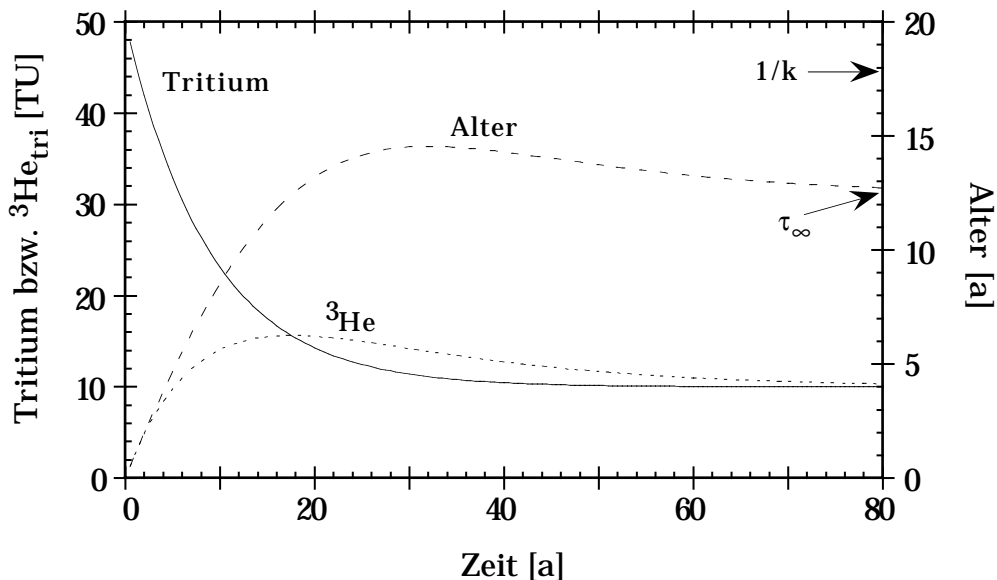


Fig. 5.4. Zeitverlauf der Systemvariablen im 1-Box-Modell mit konstantem Tritiumeintrag von 20 TU und mit Austauschrate $k = \text{Zerfallsrate } \lambda$.

5.3.2. Das 1-Box-Modell mit realistischem Zeitverlauf des Tritiumeintrags

In Wirklichkeit war der Tritiumeintrag in den letzten 40 Jahren alles andere als konstant. Um ein realistischeres Bild der Altersdynamik in unseren Seen zu erhalten, wurde das 1-Box-Modell mit einer realen Tritiumeintragskurve numerisch gelöst. Der Tritiumeintrag in den ersten 40 Modelljahren von 1953 bis 1992 entspricht den Daten für die Nordschweiz (s. Kap. 2.4.3 und Anhang A). Ab 1993 wurde die Tritiumkonzentration im Zufluss konstant gehalten. Die Figuren 5.5a-c zeigen die Entwicklung der Grössen T, H und A für drei verschiedene k -Werte.

Bei $k = 0.5$ (Fig. 5.5a) ist die Wassererneuerung so schnell, dass der Tritiumpeak in den 60er-Jahren fast unverändert ins System gelangt. In dieser Zeit wird das Alter durch die

grosse Variation der Tritiumkonzentration geprägt. In der heutigen Zeit ($t \approx 40$ a) weicht das Wasseralter nur wenig vom stationären Wert τ_∞ und der Aufenthaltszeit $1/k$ ab. Sobald T_{in} konstant bleibt (ab 1993), kommen alle Variablen sehr rasch ins Gleichgewicht.

Bei $k = 0.1$ (Fig. 5.5b) wird der Tritiumpeak bereits deutlich gedämpft und geglättet. Das Wasseralter erreicht überraschenderweise erst rund 30 Jahre nach dem Tritium, also etwa zur heutigen Zeit, ein Maximum. Dies ist die Folge der gegenüber dem Tritium langsameren Auswaschung des $^3\text{He}_{tri}$ nach dem Bombenpeak. Die lange "Erinnerung" des Heliums führt zu einem deutlichen Überschüssen des Wasseralters. Das überhöhte Alter lässt sich auch als Folge der Übergewichtung des alten, tritiumreichen Wassers bei der Mischung mit dem jungen, tritiumarmen Zufluss verstehen. Das effektive Mischungsverhalten kann nicht direkt aus dem heutzutage gemessenen Alter abgeleitet werden. Nur ein Modell, dass die Geschichte der letzten 40 Jahre miteinbezieht, führt zu korrekten Schlussfolgerungen. Erst in einigen Jahrzehnten wird das Wasseralter das Gleichgewicht erreichen.

Bei $k = 0.01$ (Fig. 5.5c) ist der Tritiumpeak stark gedämpft. Nach dem Maximum in den 60er Jahren folgt ein praktisch exponentieller Abfall. Erst nach rund 50 Jahren überwiegt die Auswaschung die Produktion von ^3He . Das Wasseralter erreicht sein Maximum noch viel später und bleibt lange Zeit über dem stationären Wert, aber immer weit unter der effektiven Aufenthaltszeit des Wassers. Wieder ist eine sinnvolle Interpretation des Alters nur mit Hilfe eines Modelles möglich.

Macht es angesichts der erstaunlich langsamen Anpassung des Wasseralters überhaupt Sinn, diesen Parameter zu betrachten? Lässt sich die Erneuerungsrate k nicht bereits aus der Tritiumeintragsfunktion und der heute gemessenen Tritiumkonzentration bestimmen? Die Antwort auf diese Frage geben die Figuren 5.6a-c, welche den direkten Vergleich der oben diskutierten Modellkurven für die drei Systemvariablen T , H und τ herstellen.

Fig. 5.6a zeigt, dass für Zeiten zwischen 30 und 50 Jahren, d. h. in der heutigen Zeit, die Vorhersagen der verschiedenen Modelle für die Tritiumkonzentration sehr ähnlich sind. Teilweise schneiden sich die Modellkurven, so dass nicht einmal eine Unterscheidung zwischen den Extremmodellen mit sehr grosser bzw. sehr geringer Erneuerung möglich ist. Interessanterweise sagen alle Modelle für die Gegenwart ($t \approx 40$ a) ähnliche Tritiumkonzentrationen wie im rezenten Niederschlag (≈ 20 TU) voraus. Aus einem homogenen Tritiumprofil in einem See kann daher nicht auf regelmässige Mischung geschlossen werden.

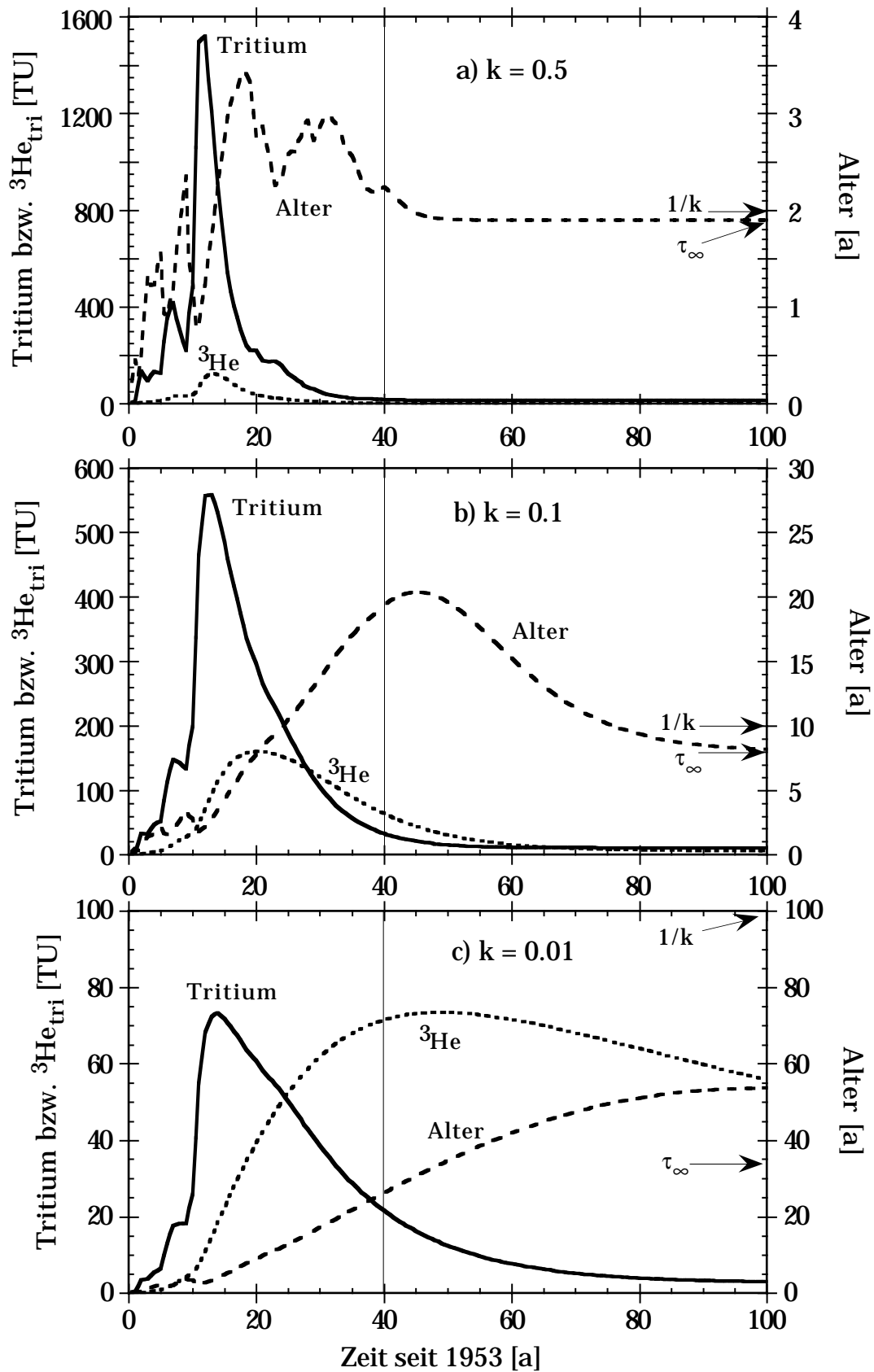


Fig. 5.5a-c: 1-Box-Modell mit realistischem Tritiumeintrag: Zeitlicher Verlauf der Systemgrößen T, H und τ für drei verschiedene Austauschraten k . Ab 1993 (vertikale Linie) bleibt T_{in} konstant.

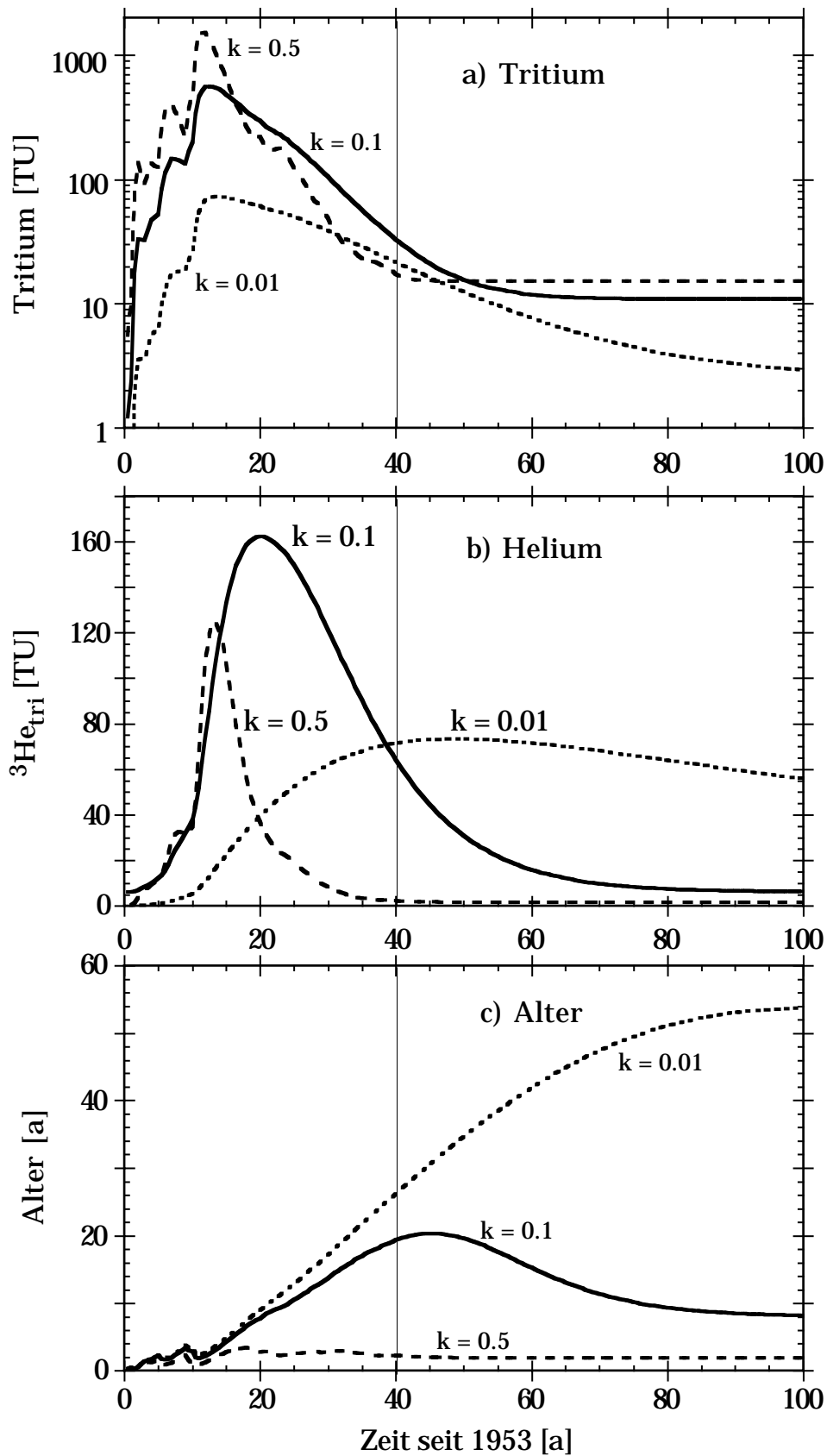


Fig. 5.6a-c: 1-Box-Modell mit realistischem Tritiumeintrag: Vergleich der Modellvorhersagen für die einzelnen Systemgrößen bei verschiedenen Austauschraten k .

Fig. 5.6b illustriert sehr deutlich die mit abnehmendem Austausch zunehmend anhaltende "Erinnerung" des tritiogenen ^3He an die Zeit des Bombenpeaks. Auch hier schneiden sich die Modellkurven für verschiedene k -Werte. Im Gegensatz zu Tritium und Helium verhält sich das Alter insofern einfach, als langsamere Erneuerung auch zu höherem Alter führt, wie Fig. 5.6c zeigt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die gleichzeitige Messung von ^3H und ^3He wertvolle Information zur korrekten Rekonstruktion der Vergangenheit liefert. Das Wasseralter darf aber nicht einfach in eine Austauschrate konvertiert werden.

5.4. Die Transportgleichung für das ^3H - ^3He -Alter

Wir wollen nun einen etwas formaleren und allgemeineren Zugang zu dem in den vorherigen Abschnitten behandelten Problem wählen. Wie verhält sich das Wasseralter unter der Wirkung von Advektion und Diffusion, d.h. unter dem Einfluss der Transportgleichung im fluiden Medium? Die resultierende Gleichung wurde zum ersten Mal von Jenkins (1987) hergeleitet und diskutiert. Später wurde sie auch von anderen Autoren verwendet (z. B. Roether, 1989; Thiele und Sarmiento, 1990; Jenkins, 1991). Die allgemeine Transportgleichung für einen Tracer mit der Konzentration C lautet:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\text{div}(C\mathbf{v}) + \text{div}(K\mathbf{grad}C) + S_C \quad (5.17)$$

Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt die Advektion durch die Strömung mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} . Der zweite Term stellt die turbulente Diffusion dar, deren Intensität durch den Tensor K der Diffusionskoeffizienten beschrieben wird. Der letzte Term schliesslich symbolisiert eine allfällige Quelle oder Senke des Tracers.

Bei Vernachlässigung der sehr kleinen Kompressibilität des Wassers gilt $\text{div } \mathbf{v} = 0$, so dass sich der erste Term auf $-\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}C$ reduziert. Der zweite Term kann für isotrope, homogene Turbulenz, d. h. wenn sich K auf einen Skalar reduziert, zu $K\Delta C$ vereinfacht werden. In den eingangs genannten Arbeiten, die sich alle auf den Ozean beziehen, wird die Gleichung in einen iso- und einen diapycnischen Anteil mit je konstantem Diffusionskoeffizienten aufgeteilt. In Seen kann man die Beschreibung oft auf eine Dimension, die z -Richtung, reduzieren. Dafür interessiert uns die Tiefenabhängigkeit der vertikalen turbulenten Diffusion, weshalb wir auf die Vereinfachung $K_z = \text{const}$ verzichten.

5.4.1. Die Transportgleichung des Alters in einer Dimension

Die Transportgleichung für das eindimensionale Advektions-Diffusionsmodell mit inkompressiblem Fluss und tiefenabhängigem Diffusionskoeffizienten lautet wie folgt:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -w \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S_C \quad (5.18)$$

Dabei ist w die vertikale Advektionsgeschwindigkeit. Im eindimensionalen Modell ist $w \neq 0$ nur im Fall von Unterwasserquellen oder -Abflüssen möglich.

Die Gleichung (5.18) schreiben wir für ${}^3\text{H}$ und ${}^3\text{He}$ und versuchen daraus eine entsprechende Gleichung für das Wasseralter herzuleiten. Um die Übersichtlichkeit zu wahren führen wir einige Abkürzungen ein:

$$\dot{T} \equiv \frac{\partial T}{\partial t} ; H' \equiv \frac{\partial H}{\partial z} ; \tau'' \equiv \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} \text{ etc.} \quad (5.19)$$

$$D \equiv -w \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad \text{"Advektions-Diffusionsoperator"} \quad (5.20)$$

Die Transportgleichungen für T und H lauten nun sehr kompakt:

$$\dot{T} = DT - \lambda T \quad [\text{TU/s}] \quad (5.21a)$$

$$\dot{H} = DH + \lambda T \quad [\text{TU/s}] \quad (5.21b)$$

Diese Gleichungen stellen das räumlich kontinuierliche Analogon zu den 1-Box-Modellgleichungen (5.12) in Kap. 5.3 dar. Die beiden Gleichungen sind durch den Quellterm λT miteinander gekoppelt. Dieser Term lässt sich durch die Einführung einer neuen Variable eliminieren.

$$\xi = T + H \quad \text{"stabiles Tritium"} \quad [\text{TU}] \quad (5.22)$$

In ξ ist der Effekt des radioaktiven Zerfalls durch die Addition des Tochterproduktes aufgehoben, es handelt sich also um einen konservativen Tracer. Entsprechend entfällt der Quellterm in der Transportgleichung:

$$\dot{\xi} = D \xi \quad [\text{TU/s}] \quad (5.23)$$

Nun schreiben wir die Altersgleichung (5.2) mit ξ und lösen nach ξ auf:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \ln \left(\frac{\xi}{T} \right) \Rightarrow \xi = T e^{\lambda \tau} \quad (5.24)$$

Dieses Resultat setzen wir in die Transportgleichung (5.23) ein:

$$\dot{T} + \lambda T \dot{\tau} = -w(T' + \lambda T \tau') + K'_z(T' + \lambda T \tau') + K_z(T'' + 2\lambda T' \tau' + T(\lambda^2 \tau'^2 + \lambda \tau''))$$

wobei bereits auf beiden Seiten durch $e^{\lambda \tau}$ dividiert wurde. Unter Benutzung von (5.20) und (5.21a) können einige Terme eliminiert oder zusammengefasst werden. Man erhält nach Division durch λT ($T \neq 0$ vorausgesetzt):

$$\dot{\tau} = D\tau + 1 + K_z \tau' \left(2 \frac{T'}{T} + \lambda \tau' \right) \quad [-] \quad (5.25)$$

Diese Gleichung lässt sich relativ leicht interpretieren. Der erste Term rechts beschreibt den gewohnten Einfluss von Diffusion und Advektion auf das Wasseralter. Der Quellterm +1 beschreibt die erwartete zeitproportionale Zunahme des Alters im geschlossenen System. Der letzte Term schliesslich rührt von den Nichtlinearitäten des Wasseralters unter Mischung her; wir bezeichnen ihn als Korrekturterm. Uns interessiert die Grösse des Korrekturtermes im Vergleich zu den anderen Termen in (5.25). Ist die Korrektur klein, so verhält sich das Wasseralter wie ein gewöhnlicher Tracer, andernfalls sind die nichtlinearen Effekte der Mischung zu berücksichtigen. Um den Korrekturterm besser diskutieren zu können, formulieren wir ihn auf zwei verschiedene Arten neu, wobei wir auf die Beziehung (5.24) zurückgreifen und τ' durch ξ , ξ' , T und T' ausdrücken:

$$\tau' = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial z} \ln\left(\frac{\xi}{T}\right) = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial z} (\ln \xi - \ln T) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\xi'}{\xi} - \frac{T'}{T} \right) \quad [\text{s/m}] \quad (5.26)$$

Im ersten Schritt ersetzen wir das hintere τ' im Korrekturterm von (5.25):

$$K_z \tau' \left(2 \frac{T'}{T} + \lambda \tau' \right) = K_z \tau' \left(\frac{T'}{T} + \frac{\xi'}{\xi} \right) = K_z \tau' (\ln(T\xi))' \quad [-] \quad (5.27)$$

In dieser Form erinnert der Korrekturterm an einen Advektionsterm der Form $-\omega\tau'$ mit der Pseudo-Advektionsgeschwindigkeit

$$\tilde{\omega} = -K_z (\ln(T\xi))' = -K_z \left(\frac{T'}{T} + \frac{\xi'}{\xi} \right) = -K_z \left(\frac{T'}{T} + \frac{T' + H'}{T + H} \right) \quad [\text{m/s}] \quad (5.28)$$

Diese scheinbare Advektion des Wasseralters ist dem Tritium- und Heliumgradienten entgegengerichtet. Dies entspricht der Erkenntnis von Kap. 5.2, wonach bei der Berechnung des Alters einer Mischung die Komponente mit höherem Tritiumgehalt grösseres Gewicht hat. Das Alter des tritiumreichen Wassers breitet sich durch die Mischung in Regionen geringerer Tritiumkonzentration aus. Ausserdem ist der Effekt natürlich von der Intensität der Mischung, ausgedrückt durch K_z , abhängig.

Eine weitere nützliche Formulierung des Korrekturtermes erhalten wir, indem wir in (5.27) erneut τ' gemäss (5.26) ersetzen:

$$K_z \tau' \left(\frac{T'}{T} + \frac{\xi'}{\xi} \right) = \frac{K_z}{\lambda} \left(\left(\frac{\xi'}{\xi} \right)^2 - \left(\frac{T'}{T} \right)^2 \right) \quad [-] \quad (5.29)$$

In dieser Form ähnelt der Korrekturterm eher dem Diffusionsterm ($K_z \tau''$), wie wir erkennen wenn wir auch in diesem Term τ durch ξ und T ausdrücken und zudem K_z als konstant annehmen. Dann lautet der Diffusionsterm:

$$K_z \tau'' = \frac{K_z}{\lambda} \left(\frac{\xi'}{\xi} - \frac{T'}{T} \right)' = \frac{K_z}{\lambda} \left(\left(\frac{\xi''\xi - \xi'^2}{\xi^2} \right) - \left(\frac{T''T - T'^2}{T^2} \right) \right) \quad [-] \quad (5.30)$$

Dies unterscheidet sich vom Korrekturterm im Vorzeichen sowie in den Termen, welche zweite Ableitungen enthalten.

Formel (5.29) zeigt, dass der Korrekturterm von den Gradienten von T und ξ abhängt, wobei der Einfluss dieser beiden Grössen gegensätzlich ist. Für sehr kleine Alter ist ξ nicht stark von T verschieden, so dass sich die beiden Beiträge annähernd wegheben. Folglich verhält sich das Alter annähernd linear. In meromiktischen Seen kann dagegen vor allem der Gradient von H (und damit ξ) gross werden.

Mit (5.29) lautet die Transportgleichung (5.25) für das Wasseralter nunmehr:

$$\dot{\tau} = -w\tau' + (K_z \tau')' + 1 + \frac{K_z}{\lambda} \left(\left(\frac{\xi'}{\xi} \right)^2 - \left(\frac{T'}{T} \right)^2 \right) \quad [-] \quad (5.31)$$

Setzt man $w = 0$ und $K_z = \text{konstant}$ so erhält man aus (5.31) mit (5.30) eine Bestimmungsgleichung für K_z :

$$K_z = \frac{\dot{\tau} - 1}{\tau'' + \frac{1}{\lambda} \left(\left(\frac{\xi'}{\xi} \right)^2 - \left(\frac{T'}{T} \right)^2 \right)} = \frac{\dot{\tau} - 1}{\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\xi''}{\xi} - \frac{T''}{T} \right)} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.32)$$

Damit kann K_z im Prinzip aus der zeitlichen Änderung des Alters sowie den zweiten räumlichen Gradienten von T und ξ bestimmt werden. Die genaue Berechnung der zweiten Ableitungen ist in der Praxis aber wegen der geringen vertikalen Auflösung schwierig.

5.4.2. Die Transportgleichung des Alters in mehreren Dimensionen

Im Ozean oder auch in komplexeren Mehrbecken-Seen wie dem Vierwaldstättersee (s. Kap. 7) genügt das eindimensionale Advektions-Diffusionsmodell nicht mehr. Wir betrachten daher kurz die Verallgemeinerung des Modells auf drei Dimensionen, wie sie beispielsweise von Jenkins (1987) oder Thiele und Sarmiento (1990) behandelt wird. Dabei werden alle Grössen in der allgemeinen Transportgleichung (5.17) in einen zweidimensionalen iso- und einen eindimensionalen diapyknischen Anteil zerlegt. Insbesondere wird der Tensor der Diffusionskoeffizienten auf zwei Konstanten K_i und K_d reduziert. Der Advektions-Diffusionsoperator D hat dann die Form (vgl. (5.20)):

$$DC \equiv -\mathbf{v} \cdot \nabla C - w \frac{\partial C}{\partial z} + K_i \nabla^2 C + K_d \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (5.33)$$

Dabei sind \mathbf{v} und ∇C zweidimensionale Vektoren in der (x,y) -Ebene. Mit dieser Definition lauten die Transportgleichungen für T , H und ξ identisch wie im eindimensionalen Fall (5.21-22). In den Gleichungen für das Alter (5.25, 5.31) hingegen muss der Korrekturterm um einen isopyknischen Anteil ergänzt werden.

$$\dot{\tau} = D \tau + 1 + \frac{K_i}{\lambda} \left(\left(\frac{\nabla \xi}{\xi} \right)^2 - \left(\frac{\nabla T}{T} \right)^2 \right) + \frac{K_d}{\lambda} \left(\left(\frac{\xi'}{\xi} \right)^2 - \left(\frac{T'}{T} \right)^2 \right) \quad [-] \quad (5.34)$$

Obwohl sich die Gleichungen für eine bzw. drei Dimensionen formal entsprechen, ist die Gewichtung der Prozesse für den Ozean eine andere als für die Seen. In stagnierenden Seen stellen wir uns einen ruhenden Tiefenwasserkörper vor, der hauptsächlich durch vertikale turbulente Diffusion erneuert wird.

In Studien der Altersverteilung im Ozean geht es hingegen oft darum, isopyknische Strömungsgeschwindigkeiten zu bestimmen (z. B. Jenkins, 1987; Roether, 1989). Mit Hilfe von Abschätzungen der entsprechenden Terme in (5.34) wird gezeigt, dass der Einfluss der (echten und nichtlinearen) Mischung sowie des diapynischen Flusses gering sind. Weiter wird angenommen, das Strömungsfeld befinde sich im Stationärzustand, sodass das Alter an einem gegebenen Ort ebenfalls stationär werden sollte. Im Idealfall bleibt nur noch die Gleichung

$$0 = -\mathbf{v} \cdot \nabla \tau + 1 \quad [-] \quad (5.35)$$

übrig. Daraus lassen sich direkt Strömungsgeschwindigkeiten bestimmen. Das Wasseralter erhält eine klare Bedeutung als Zeit, die das Wasserpaket für seinen Weg entlang der Isopykne vom Punkt des Auftauchens (outcropping) derselben bis zum Ort der Entnahme gebraucht hat.

In Anbetracht der Resultate des 1-Box-Modelles aus Kapitel 5.3 ist man geneigt zu bezweifeln, dass das Wasseralter den Stationärzustand erreicht. Aber die Situation ist hier eine völlig andere: Im 1-Box-Modell war der Stationärzustand durch das Ausmass der Mischung (Erneuerungsrate k) definiert, während hier die Advektionsgeschwindigkeit \mathbf{v} massgebend ist. Wenn der Einfluss der Mischung wirklich unbedeutend ist, datiert das Wasseralter den Zeitpunkt des Abtauchens des betreffenden Wasserpaketes. Der Vorteil des Wasseralters gegenüber dem Tritium kommt in diesem Fall voll zum Tragen. Als Folge der einfachen Randbedingung $\tau = 0$ erreicht das Alter im stationären Strömungsfeld das Gleichgewicht, während das Tritium durch die zeitlich variablen Randbedingungen daran gehindert wird. Somit lassen sich Informationen über das Strömungsfeld aus einer einzigen "Momentaufnahme" des Altersfeldes gewinnen.

Unter gewissen Umständen kann die 3-dimensionale Transportgleichung des Alters (5.34) auch zur Bestimmung der Diffusivität genutzt werden. So hat Jenkins (1991) eine zu (5.32) analoge Gleichung verwendet, um den isopyknischen Diffusionskoeffizienten zu berechnen. Diese Methode erfordert allerdings die Kenntnis der zeitlichen und räumlichen Ableitungen der Grössen τ , T und ξ . Zudem muss in diesem Fall die Advektion vernachlässigbar oder bekannt sein.

5.5. Modellkonzepte für Helium und Tritium in Seen

Um die dynamische Entwicklung der Konzentrationen von Tritium und Helium und damit dem Wasseralter zu analysieren, benötigen wir Modellvorstellungen der Vorgänge im See. Wir haben bereits ein vereinfachtes Box-Modell (Kap. 5.3) sowie die Grundgleichungen eines kontinuierlichen Modells (Kap. 5.4) vorgestellt. Hier werden die kompletten Modelle, die alle Prozesse mit Einfluss auf die Tritium- und Heliumkonzentration enthalten, behandelt. In solchen Modellen werden physikalische Prozesse wie Gasaustausch, vertikale turbulente Diffusion oder Flüsse aus dem Erdinnern durch entsprechende Prozessparameter beschrieben. Die Bestimmung dieser Parameter ist ein wichtiges Ziel der ^3H - ^3He -Methode (s. Kap. 5.6).

In diesem Kapitel werden drei Modelle näher betrachtet, die sich in der Komplexität der Darstellung des Sees unterscheiden. Eine allgemeine Beschreibung der zugrunde liegenden Konzepte geben Schwarzenbach et al. (1993). Es werden die Konzentrationen von Tritium (T), Überschuss- ^4He (He) und Überschuss- ^3He (^3He) modelliert. Das tritogene ^3He (H) und das Wasseralter (τ) sind keine eigenständigen Modellvariablen, können jedoch mit Hilfe des Modellparameters R_{ter} , dem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verhältnis des Flusses aus dem Untergrund, berechnet werden (s. Tab. 5.1). Als Konzentrationseinheit wird generell TU gewählt (Umrechnungen s. Kap. 2.1.1 oder Tab. 5.1).

Die Beiträge der Zuflüsse und des direkten Niederschlags zum Wassereintrag werden nicht getrennt, da für beide dieselben Konzentrationen angenommen werden (Tritium nach Kap. 2.4.3, He-Überschüsse null). Hingegen wird der Wasseraustrag zerlegt in den direkten Abfluss und die Nettoverdunstung. Dem Evaporationsfluss wird eine Tritiumkonzentration gemäss Kap. 2.6.4 zugeschrieben, um den Tritiumaustausch zwischen Wasser und Luftfeuchtigkeit zu berücksichtigen.

5.5.1. Das 1-Box-Modell

Die am stärksten vereinfachte Darstellung eines Sees fasst den Wasserkörper als homogen auf. Der See reduziert sich auf ein Quader mit der Oberfläche A_0 und der Tiefe \bar{h} . Da das Wasser stets vollständig gemischt ist, gibt es keine internen Transportprozesse. Im Gegensatz zum reduzierten 1-Box-Modell in Kap. 5.3. werden hier alle Prozesse, auch Gasaustausch und Heliumfluss, berücksichtigt. Tab. 5.1 fasst die Modellparameter zusammen.

Grösse	Symbol	Einheit	Zusammenhänge
Systemparameter			
Volumen	V	m ³	V = A ₀ · h
Oberfläche	A ₀	m ²	
Tiefe	h	m	
Zufluss	Q	m ³ /s	Q = Q _a + Q _e
Abfluss	Q _a	m ³ /s	
Evaporation	E, Q _e	m/a, m ³ /s	E = Q _e /A ₀ · 3.156 · 10 ⁷
Prozessraten			
Zufluss	k _q	s ⁻¹	k _q = Q/V
Abfluss	k _a	s ⁻¹	k _a = Q _a /V
Evaporation	k _e	s ⁻¹	k _e = Q _e /V
Gasaustausch	k _{He}	s ⁻¹	k _{He} = v _{He} /h
	k ₃	s ⁻¹	k ₃ = 1.075 · k _{He}
Tritiumzerfall	λ	s ⁻¹	
Heliumfluss	F _{He}	TU m s ⁻¹	= 6.68 · 10 ¹⁰ Atome m ⁻² s ⁻¹
³ He-Fluss	F ₃	TU m s ⁻¹	F ₃ = R _{ter} · F _{He}
Modellvariablen			
Tritium	T	TU	1 TU = 6.68 · 10 ¹⁰ Atome m ⁻³
Helium	He	TU	He = [⁴ He] _{meas} - [⁴ He] _{eq}
³ He	³ He	TU	³ He = [³ He] _{meas} - [³ He] _{eq}
tritiogenes ³ He	H	TU	H = ³ He - R _{ter} · He
Wasseralter	τ	s, a	τ = 1/λ · ln(1 + H/T)

Tab. 5.1. Parameter und Variablen im 1-Box-Seemodell für Tritium und Helium

Die Bilanzgleichungen für die drei unabhängigen Modellvariablen lauten:

$$\frac{dT}{dt} = k_q T_{in} - (k_a + \lambda)T + k_e T_e \quad [\text{TU/s}] \quad (5.36a)$$

$$\frac{dHe}{dt} = \frac{1}{h} F_{He} - (k_a + k_{He})He \quad [\text{TU/s}] \quad (5.36b)$$

$$\frac{d^3He}{dt} = \lambda T + \frac{1}{h} R_{ter} F_{He} - (k_a + k_3)^3He \quad [\text{TU/s}] \quad (5.36c)$$

wobei T_e nach (2.33) zu berechnen ist.

Das 1-Box-Modell ist nur während der Zirkulationsphase ein gutes Modell für einen See. Es kann jedoch während der sommerlichen Stratifikation auf das Epilimnion beschränkt angewandt werden, wenn man den Austausch mit dem Hypolimnion durch die Thermokline vernachlässigt. Will man diesen Austausch mit einbeziehen, gelangt man zur nächst höheren Modellstufe, dem 2-Box-Modell.

5.5.2. Das 2-Box-Modell

Dieses Modell reflektiert die typische thermische Dichteschichtung in Seen. Alle Größen in der oberen Box (Epilimnion) bezeichnen wir mit dem Index 0, in der unteren (Hypolimnion) mit 1. Die nullte Box ist insofern speziell, als sie den Austausch mit der Atmosphäre und meist auch mit den Zu- und Abflüssen vermittelt. Als wesentlich neues Element gegenüber dem 1-Box-Modell tritt jetzt eine interne Dynamik auf, die durch eine Austauschrate zwischen den beiden Boxen beschrieben wird. Wir definieren den Austauschfluss Q_{ij} als den Volumenfluss (in m^3/s) von Box i nach Box j . Dieser Fluss führt in der Box j zu folgender Wasseraustauschrate:

$$k_{ij} = Q_{ij}/V_j \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.37)$$

Wenn im 2-Box-Modell keine direkten Zu- und Abflüsse in bzw. aus Box 1 (Hypolimnion) vorkommen, so muss $Q_{01} = Q_{10}$ gelten (jedoch nicht $k_{01} = k_{10}$ wegen $V_0 \neq V_1$). Solche direkten Zu- und Abflüsse können z. B. Unterwasserquellen, abtauchende Zuflüsse oder Tiefenwasserableitungen sein. In solchen Fällen kann ein Nettofluss $Q_{01} - Q_{10}$ auftreten, der einer vertikalen Advektion entspricht.

Der reziproke Austausch zwischen den Boxen kann mit vertikaler turbulenter Diffusion durch die Thermokline identifiziert werden. Der Zusammenhang zwischen Austauschrate und Diffusionskoeffizient wird durch das beim Gasaustausch (Kap. 2.6.1) eingeführte Konzept der Diffusion durch eine Grenzschicht verständlich (vgl. Schwarzenbach et al., 1993). Danach ist die Austauschgeschwindigkeit v_{ex} der Quotient aus Diffusionskoeffizient und Dicke der Thermokline: $v_{\text{ex}} = K_z/h_{\text{th}}$. Andererseits ist $v_{\text{ex}} = Q_{01}/A_{\text{th}}$, und die Fläche der Thermokline A_{th} wählen wir als Oberfläche A_1 der Box 1. Mit (5.37) folgt der gesuchte Zusammenhang:

$$k_{01} = \frac{K_z}{h_{\text{th}} \cdot h_1} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.38a)$$

Ein eher qualitativer Zusammenhang zwischen K_z und k_{01} ergibt sich, wenn die mittlere Tiefe h_1 der unteren Box als Mischungslänge interpretiert wird (Imboden et al., 1983):

$$k_{01} = \frac{K_z}{h_1^2} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.38b)$$

Tab. 5.2. fasst die gegenüber dem 1-Box-Modell veränderten bzw. neuen Parameter zusammen.

Grösse	Symbol	Einheit	Zusammenhänge
Zufluss zu Box i	$Q_i, k_{q,i}$	$\text{m}^3/\text{s}, \text{s}^{-1}$	$k_{q,i} = Q_i/V_i$
Abfluss aus Box i	$Q_{a,i}, k_{a,i}$	$\text{m}^3/\text{s}, \text{s}^{-1}$	$k_{a,i} = Q_{a,i}/V_i$
Evaporation (Box 0)	Q_e, k_e	$\text{m}^3/\text{s}, \text{s}^{-1}$	$k_e = Q_e/V_0$
Gasaustausch (Box 0)	k_{He}	s^{-1}	$k_{\text{He}} = v_{\text{He}}/h_0$
Austauschrate Box i	k_{ji}	s^{-1}	$k_{ji} = Q_{ji}/V_i$
Sedimentfläche pro Volumen in Box i	$\frac{\Delta A_i}{V_i}$	m^{-1}	$\frac{\Delta A_i}{V_i} = \frac{A_i - A_{i+1}}{h_i \cdot A_i}$

Tab. 5.2. Im Vergleich zum 1-Box-Modell (Tab. 5.1) zusätzliche oder veränderte Parameter im 2-Box-Seemodell für Tritium und Helium

Die Bilanzgleichungen für die beiden Boxen $i = 0, 1$ im 2-Box-Modell lauten:

$$\frac{dT_i}{dt} = k_{q,i}T_{\text{in},i} - (k_{a,i} + \lambda)T_i + \delta_{i0}k_e T_e + k_{ji}(T_j - T_i) \quad (5.39a)$$

$$\frac{dHe_i}{dt} = \frac{\Delta A_i}{h_i A_i} F_{\text{He}} - (k_{a,i} + \delta_{i0}k_{\text{He}})He_i + k_{ji}(He_j - He_i) \quad (5.39b)$$

$$\frac{d^3He_i}{dt} = \lambda T_i + \frac{\Delta A_i}{h_i A_i} R_{\text{ter}} F_{\text{He}} - (k_{a,i} + \delta_{i0}k_3)^3 He_i + k_{ji}(^3He_j - ^3He_i) \quad (5.39c)$$

wobei $\delta_{i0} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = 0 \\ 0 & \text{für } i = 1 \end{cases}$ das Kronecker-Symbol ist.

In dieser Formulierung haben wir die Möglichkeit von direkten Zu- und Abflüssen des Hypolimnions beibehalten. Oft werden sich die Gleichungen durch $k_{q,1} = k_{a,1} = 0$ vereinfachen. Eine weitere mögliche Vereinfachung ist die Vernachlässigung des Heliumflusses aus dem Sediment ins Epilimnion, berechtigt durch das gegenüber dem Hypolimnion kleinere Verhältnis von Sedimentfläche zu Volumen, mit welchem der Fluss gewichtet wird.

Ein Problem des 2-Box-Modells ist, dass die Tiefe der physikalisch korrekten Boxgrenze, der Thermokline, jahreszeitlich variiert und bei Vollzirkulation ganz verschwindet. Ein Lösungsansatz ist das periodische Wechseln vom 1-Box- zum 2-Box-Modell (Winter / Sommer). Eine andere Möglichkeit ist der Übergang zu kontinuierlichen Modellen.

5.5.3. Das eindimensionale topographische vertikale Modell

Die nächste konzeptionelle Stufe bei Seemodellen ist der Übergang zu einer kontinuierlichen Beschreibung der vertikalen Variationen. Weiterhin wird horizontale Homogenität angenommen, da die horizontale Mischung schneller als die interessierenden Reaktionen (z. B. ^3H -Zerfall) ist. Beim Übergang vom diskreten zum kontinuierlichen Modell geht der Netto-Volumenfluss zwischen den Boxen in vertikale Advektion, der Austauschfluss dagegen in Diffusion über. So gelangen wir zum vertikalen Advektions-Diffusionsmodell aus Kap. 5.4 (Glg. 5.21).

Neu dazu kommen die Flüsse an der Oberfläche und aus dem Sediment als Randbedingungen. Hier ist zu beachten, dass in Seen (im Gegensatz zum Ozean) der Einfluss der Ränder spürbar ist, sobald Flüsse an der Sedimentoberfläche eine Rolle spielen. Zur korrekten Beschreibung muss die Topographie des Sees berücksichtigt werden (Imboden und Emerson, 1978; Imboden und Joller, 1984). Das Vertikalprofil einer Spezies, die mit dem Sediment interagiert, wird bestimmt durch die Tiefenabhängigkeit des lokalen Verhältnisses von Sedimentfläche zu Volumen. Dieses wird beschrieben durch die orographische Funktion:

$$a(z) = \frac{dA}{dV} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dz} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (5.40)$$

wobei z [m] wie üblich die Höhe über dem Seegrund ist.

Die Querschnittsfläche A als Funktion der Höhe z kann häufig approximiert werden durch (Imboden, 1973):

$$A(z) = A_0 \left(\frac{z}{z_{\max}} \right)^q \quad [\text{m}^2] \quad (5.41)$$

Der topographische Exponent q liegt gewöhnlich zwischen 0.5 und 1.5. Für $a(z)$ folgt:

$$a(z) = q/z \quad [\text{m}^{-1}] \quad (5.42)$$

Die Transportgleichung des eindimensionalen topographischen vertikalen (1-DTV) Diffusionsmodelles lautet (Imboden und Joller, 1984):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left(AK_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + \frac{F}{A} \frac{dA}{dz} + S_C \quad (5.43)$$

Im Vergleich zum eindimensionalen Advektions-Diffusionsmodell (5.18) wird die Advektion vernachlässigt, dafür die Topographie und ein Sedimentfluss F eingebaut. Mit (5.42) folgt für den Stationärzustand:

$$0 = K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial K_z}{\partial z} + \frac{q}{z} K_z \right) \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{q}{z} F + S_C \quad (5.44)$$

Die Lösung dieser Gleichung für den Fall, dass K_z konstant und S_C eine Reaktion erster Ordnung ist, wird von Imboden und Joller (1984) diskutiert.

Das 1-DTV Modell für das ^3H - ^3He -System besteht im wesentlichen aus den Formulierungen von (5.43) für die Modellgrößen T , He und ^3He . Hinzu kommen die Randbedingungen an der Oberfläche (Gasaustausch). Für numerische Lösungen werden die kontinuierlichen Gleichungen diskretisiert, so dass in der Praxis das kontinuierliche Modell durch ein n -Box-Modell angenähert wird. Das n -Box-Modell ist eine offensichtliche Verallgemeinerung des 2-Box-Modells (5.39), mit einer Epilimnionbox (0) und $n-1$ Hypolimnionboxen.

5.5.4. Das CHEMSEE-Modell

Eine benutzerfreundliche Implementation eines n-Box-Modells mit Berücksichtigung der Topographie ist das von Ulrich (1991) entwickelte Programm CHEMSEE. Darin sind allgemeine Prozesse wie Zu- und Abfluss, vertikale Diffusion, Gasaustausch, Sedi-mentflüsse und (chemische) Reaktionen vordefiniert, man braucht bloss die jeweiligen Parameter zu setzen. Die saisonale Zirkulation wird durch eine variable Epilimniontiefe simuliert, d. h. die Dicke h_0 der homogenen obersten Box durchläuft einen jahreszeitlichen Zyklus. Zur Simulation einer vollständigen Zirkulation wird h_0 der maximalen Seetiefe gleichgesetzt.

CHEMSEE enthält damit alle Elemente, die für das Tritium-Helium-Modell benötigt werden. Fig. 5.7 stellt das CHEMSEE-Modell für Tritium und Helium schematisch dar. Für Einzelheiten zum Programm wird auf Ulrich (1991) verwiesen.

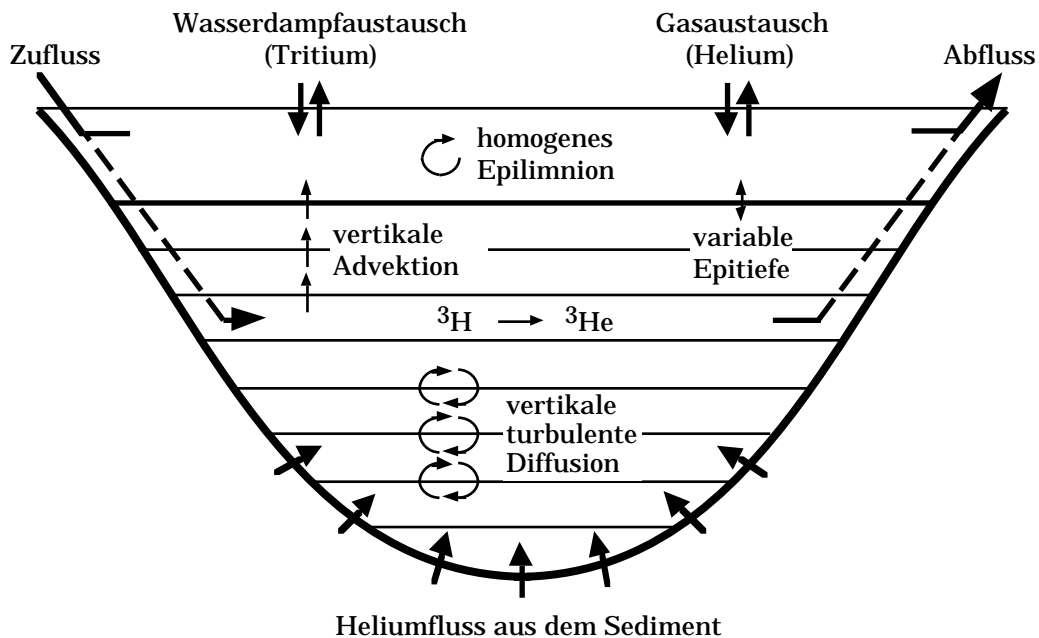


Fig. 5.7. Schema des CHEMSEE-Modells für Tritium und Helium.

5.6. Bestimmung von Prozessparametern

Die Modellgleichungen, wie sie z. B. für das 2-Box-Modell in (5.39) formuliert sind, enthalten als unbekannte Prozessparameter die Box-Austauschraten k_{ji} (bzw. im kontinuierlichen Fall Advektion w und Diffusion K_z), die Gasaustauschgeschwindigkeit v_{He} , den Heliumfluss F_{He} und sein Isotopenverhältnis R_{ter} . Die anderen Parameter wie Zufluss, Abfluss, Evaporation und Tritiumeintrag sind meist recht gut bekannt. Ebenfalls unbekannt sind die zeitlichen Ableitungen der Modellgrößen, wenn keine Zeitreihe von Messungen vorliegt. Manchmal kann man sich mit der Annahme eines Stationärzustandes helfen.

Wenn die zeitlichen Ableitungen bekannt sind, hat man genug Gleichungen um die unbekannt Parameter zu bestimmen. Die Sache ist aber nicht so einfach, denn oft sind gewisse Gleichungen nicht restriktiv genug um sinnvolle Aussagen zu machen. So zeigen ^4He und ^3H oft wenig vertikale Struktur im Vergleich zu den Messfehlern, was ihre Aussagekraft einschränkt. Am meisten Information ist aus den ^3He -Daten zu holen, die oft in erster Näherung proportional zum Wasseralter sind. Die Gleichungen (5.39c) für ^3He enthalten aber alle unbekannt Parameter, so dass sie allein zu deren Bestimmung nicht ausreichen. Unter geeigneten Annahmen lassen sich die einzelnen Parameter dennoch oft aus den ^3He -Daten bestimmen, wie im folgenden gezeigt werden soll.

5.6.1. Vertikale Mischung

Der Untersuchung der vertikalen Mischung mit der ^3H - ^3He -Methode kommt in dieser Arbeit eine zentrale Rolle zu. Das Wasseralter liefert ein Mass für die Zeitskala auf der dieser Prozess abläuft. Die gesuchten Modellparameter der vertikalen Mischung sind die Box-Austauschraten bzw. der turbulente Diffusionskoeffizient.

Die Austauschraten in Boxmodellen (wir beschränken uns der Einfachheit halber auf das 2-Box-Modell) können aus der ^3He -Bilanz (5.39c) berechnet werden, wenn wir den ^3He -Fluss aus dem Sediment vernachlässigen, was bei radiogenem Helium gerechtfertigt ist. Ausserdem wollen wir annehmen, dass es nur Zu- und Abflüsse ins Epilimnion gibt. Dann gilt $Q_{01} = Q_{10}$ und daher $k_{01} = k_{10} \cdot (V_0/V_1)$. Die Gleichung für das Hypolimnion (5.39c, $i = 1$) lässt sich sofort nach k_{01} auflösen:

$$k_{01} = \frac{dH_1/dt - \lambda T_1}{H_0 - H_1} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.45)$$

Eingesetzt in die Gleichung für das Epilimnion ($i = 0$) ergibt sich als Nebenprodukt eine Gleichung für die Gasaustauschraten von ^3He , die wir weiter unten (Kap. 5.6.2) diskutieren werden.

Gleichung (5.45) besagt, dass die zeitliche Änderung der ^3He -Konzentration im Hypolimnion, welche *nicht* vom Tritiumzerfall stammt, gleich dem Produkt von Austauschrate und Konzentrationsdifferenz der beiden Boxen ist. Die Verallgemeinerung von (5.45) für das kontinuierliche Modell führt zur Bilanz-Gradient Methode, bei der die zeitliche Änderung des Gesamthalt unterhalb einer Tiefe z' dem turbulenten Fluss durch die Querschnittsfläche $A(z')$ gleichgesetzt wird. Die Methode wird meist mit der Temperatur als Tracer verwendet (Powell und Jassby, 1974). Unter Berücksichtigung des geothermischen Wärmeflusses F_{th} lautet die Bestimmungsgleichung für K_z aus der Temperaturbilanz:

$$K_z(z', t) = \frac{\int_0^{z'} A(z) \rho c_p \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} dz - A(z) F_{th}}{A(z') \rho c_p \left. \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \right|_{z'}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.46)$$

mit der Dichte ρ und der spezifischen Wärme $c_p = 4.18 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Die entsprechende Gleichung für den Tracer ^3He lautet (vgl. 5.45):

$$K_z(z', t) = \frac{\int_0^{z'} A(z) \left[\frac{\partial ^3\text{He}(z, t)}{\partial t} - \lambda T(z, t) \right] dz}{A(z') \cdot \left. \frac{\partial ^3\text{He}(z, t)}{\partial z} \right|_{z'}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad (5.47)$$

Unter gewissen Umständen können die Gleichungen (5.45) und (5.47) auch mit Hilfe des Wasseralters ausgedrückt werden. Dank der Vernachlässigung des ^3He -Flusses aus dem Untergrund gilt $^3\text{He} = ^3\text{He}_{\text{tri}} = H$. In gut durchmischten Seen gilt $T_0 \approx T_1$ und für die gegenüber der Tritiumlebensdauer kleinen Alter τ ist die lineare Näherung $\tau = H/\lambda T$ (s. Kap. 4.4) zulässig. Für kleine Zeitintervalle kann $d\tau/dt$ durch $(1/\lambda T) \cdot dH/dt$ approximiert werden kann (was der Näherung $T = \text{const}$ gleichkommt). In diesem Fall wird (5.45) zu:

$$k_{01} = \frac{d\tau_1/dt - 1}{\tau_0 - \tau_1} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.48)$$

Die Bedeutung dieser Gleichung ist wiederum sehr anschaulich: Die Abweichung der Alterung im Hypolimnion von 1 wird durch den Austausch zwischen den Boxen erklärt.

Eine andere Methode zur Bestimmung von K_z aus ^3H - ^3He -Daten wurde von Torgersen et al. (1977 und 1979) vorgeschlagen. Sie beruht auf der Anpassung einer analytischen Lösung der Diffusionsgleichung unter der Annahme $K_z = \text{const}$ an die Messwerte für ein Epilimnion im Stationärzustand. Es gibt mindestens zwei gewichtige Einwände gegen diese Methode (vgl. Powell und Jassby, 1974). Erstens ist das physikalische Konzept der turbulenten Diffusion im Epilimnion fragwürdig, zweitens ist die Annahme eines tiefenunabhängigen Diffusionskoeffizienten ziemlich willkürlich, besonders angesichts der weiteren Annahme $K_z = 0$ in der Thermokline. Powell und Jassby (1974) haben für die Temperatur gezeigt, dass die Bilanz-Gradient Methode anderen Ansätzen vorzuziehen ist.

Die letzte Möglichkeit zur K_z -Bestimmung besteht in der Anpassung dieses Parameters in numerischen Modellen wie dem CHEMSEE-Modell. Dies kann jedoch nur unter vereinfachenden Annahmen über den vertikalen Verlauf von K_z zu eindeutigen Resultaten führen. Neben der simplen Annahme $K_z = \text{const}$ bietet sich eine Parametrisierung von

K_z durch die Stabilität an. Die Stabilität oder Brunt-Väisälä Frequenz N einer Wassersäule ist definiert durch:

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \quad [\text{s}^{-2}] \quad (5.49)$$

Da eine starke Dichteschichtung (grosses N^2) die Turbulenz in der Vertikalen unterdrückt, muss eine inverse Beziehung zwischen K_z und N^2 bestehen. Eine oft verwendeter Ansatz lautet:

$$K_z = a \cdot N^{-2q} \quad \text{mit } 0.5 \leq q \leq 1 \quad [\text{cm}^2/\text{s}] \quad (5.50)$$

Diverse Beispiele solcher Parametrisierungen von K_z für mehrere Schweizer Seen diskutiert Wüest (1987).

5.6.2. Gasaustausch

Am einfachsten ist die Bestimmung der Gasaustauschrate im 1-Box-Modell bei Vernachlässigung (oder genauer Kenntnis) des ^3He -Flusses aus dem Untergrund. Dieses Modell ist angebracht für Zirkulationsphasen oder für ein Epilimnion ohne Austausch mit dem Hypolimnion. Auflösung von (5.36c) nach der Gasaustauschrate für ^3He ergibt:

$$k_3 = \frac{1}{^3\text{He}} \left[\lambda T - \frac{d^3\text{He}}{dt} \right] - k_a \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.51)$$

Ausser in stark durchflossenen Seen kann der Abfluss (k_a) gegenüber dem Gasaustausch vernachlässigt werden (mit $v_3 = 1$ m/d und $h = 100$ m wird $k_3 = 3.6 \text{ a}^{-1}$, während typische Abflussraten eine Grössenordnung kleiner sind). Torgersen et al. (1977) haben das 1-Box-Modell für ein sommerliches Epilimnion im Stationärzustand angewandt. In diesem Fall reduziert sich (5.51) auf:

$$k_3 = \frac{\lambda T_0}{^3\text{He}_0} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.52)$$

Unter den bei (5.48) genannten Bedingungen kann auch diese Gleichung durch das Alter ausgedrückt werden. Glücklicherweise sind diese Bedingungen (τ klein, T konstant) für ein Epilimnion tatsächlich erfüllt. Es folgt:

$$k_3 = \frac{1}{\tau_0} \quad \text{bzw.} \quad v_3 = \frac{h_0}{\tau_0} \quad [\text{s}^{-1} \quad \text{bzw.} \quad \text{m/s}] \quad (5.53)$$

Auf diese anschauliche Beziehung sind wir schon in Kap. 5.1 gestossen (Glg. 5.5 zusammen mit der Linearisierung von 5.8).

Das grosse Problem dieses Ansatzes ist die genügend genaue Bestimmung des Alters im Epilimnion. Dank hoher Tritiumkonzentrationen konnten Torgersen et al. (1977) in den grossen nordamerikanischen Seen Alter mit einer Genauigkeit von ± 4 Tagen messen. Das reichte im Falle des Lake Erie gerade noch aus um ein mittleres Epilimnionalter von (4.2 ± 4) Tagen und daraus eine Gasaustauschgeschwindigkeit von (3.6 ± 3.4) m/d zu bestimmen. Kritisch wird bei so kleinen Altern die Kenntnis des Gleichgewichtswertes des $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verhältnisses, $\delta^3\text{He}_{\text{eq}}$. Torgersen et al. verwendeten den damals besten Wert $\delta^3\text{He}_{\text{eq}} = -1.4 \%$. Die genaueren Daten von Benson und Krause (1980) ergeben jedoch für die gemessenen Temperaturen um $25 \text{ }^\circ\text{C}$ $\delta^3\text{He}_{\text{eq}} = -1.6 \%$ (s. Fig. 2.5). Bei Verwendung dieses Wertes erhöhen sich die berechneten Wasseralter um 3 Tage, wodurch die teilweise negativen Alter an der Oberfläche verschwinden. Das Epilimnionalter sollte also (7.2 ± 4) Tage lauten und für die Gasaustauschgeschwindigkeit würde (2.1 ± 1.2) m/d resultieren.

In der vorliegenden Arbeit wurde nicht versucht, diesen Ansatz zur Bestimmung der Gasaustauschgeschwindigkeit zu verwenden. Das Problem der Nachweisgrenze wäre bei den heutigen Tritiumkonzentrationen nur unter grossem experimentellen Aufwand zu lösen gewesen. Eine andere Möglichkeit wäre die gezielte Freisetzung von Tritium, um hohe Konzentrationen an der Oberfläche zu erzeugen (Torgersen et al., 1982).

Im 2-Box-Modell kann man auf die Vernachlässigung des ^3He -Eintrages ins Epilimnion aus dem Hypolimnion verzichten. Die schon bei Gleichung (5.45) angesprochene Lösung für die Gasaustauschrate lautet:

$$k_3 = \frac{1}{^3\text{He}_0} \left[\lambda T_0 - \frac{d^3\text{He}_0}{dt} + \frac{V_1}{V_0} \left(\lambda T_1 - \frac{d^3\text{He}_1}{dt} \right) \right] - k_{a,0} \quad [\text{s}^{-1}] \quad (5.54)$$

Das Problem der Bestimmung der Oberflächenkonzentration bleibt auch hier bestehen .

Eine allgemein gültige Methode zur Bestimmung der Gasaustauschrate ist die Erstellung einer Gesamtmassenbilanz von ^3He im See und Erklärung des ^3He -Verlustes durch den Gasaustausch (Imboden et al., 1981; Jähne et al., 1984). Dies ist im Grunde analog zur Bilanz-Gradient Methode für K_z . Die Referenzfläche für die Bilanz ist die Oberfläche, der Gradient wird zum ^3He -Überschuss und anstelle von K_z steht v_{He} . Formal ausgedrückt (vgl. Glg. 5.47):

$$v_{\text{He}}(t) = \frac{\int_0^h A(z) \left[\lambda T(z,t) - \frac{\partial^3\text{He}(z,t)}{\partial t} \right] dz}{A_0 \cdot ^3\text{He}_0(t)} \quad [\text{m/s}] \quad (5.55)$$

Auch diese Methode krankt an der ungenügenden Kenntnis der Oberflächenkonzentration $^3\text{He}_0$, welche im untersuchten Zeitraum variieren kann. Eine Vertiefung des Epilimnions kann vorübergehend zu einem Anstieg von $^3\text{He}_0$ führen, der mit einer linearen

Interpolation zwischen den Probenahmen nicht erfasst wird. Zur besseren Eingrenzung des zeitlichen Verlaufs von ${}^3\text{He}_0$ wäre es wünschenswert, häufig Oberflächenproben zu nehmen (Jähne et al., 1984). Dadurch steigt der experimentelle Aufwand stark an.

Als letzte Möglichkeit zur Bestimmung der Gasaustauschgeschwindigkeit bleibt wiederum die Anpassung dieses Parameters im CHEMSEE-Modell. Da in diesem Modell die Epilimniontiefe variabel ist, kann die saisonale Einmischung von Tiefenwasser mit hohem ${}^3\text{He}$ -Gehalt realistisch simuliert werden. Die Kenntnis des zeitlichen Verlaufs der Oberflächenkonzentration kann durch die entsprechende Kenntnis oder Annahmen über die Epilimniontiefe ersetzt werden. Für zeitlich weit auseinander liegende Messungen, wie sie in dieser Arbeit vorkommen, liefert diese Methode die besten Resultate. Ein ähnliches Modell mit saisonaler Erosion der Thermokline wurde von Fuchs et al. (1987) für den Ozean aufgestellt.

5.6.3. Heliumfluss aus dem Untergrund

Für die Bestimmung des Heliumflusses aus dem Sediment wird man je nach Herkunft die Bilanzgleichungen für ${}^4\text{He}$ (radiogenes Helium) oder ${}^3\text{He}$ (Mantelhelium) verwenden. Wir beschränken uns der Einfachheit halber auf den ${}^4\text{He}$ -Fluss.

Die maximale Vereinfachung besteht in der Verwendung des 1-Box-Modells unter Vernachlässigung der Verlustterme (Abfluss, Gasaustausch). Der See wirkt als idealer Heliumspeicher. Die Akkumulationszeit sei τ_{akk} , F_{He} sei konstant und $\text{He}(0)$ sei null. Aus (5.36b) folgt dann:

$$F_{\text{He}} = h \frac{d\text{He}}{dt} = h \frac{\text{He}}{\tau_{\text{akk}}} \quad [\text{Atome m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ bzw. TU m s}^{-1}] \quad (5.56)$$

Dieser Ansatz wurde z. B. von Clarke et al. (1969) zur Abschätzung des Heliumflusses im Ozean verwendet. Für He wurde ein mittlerer ozeanischer Überschuss abgeschätzt. Für τ_{akk} wurde der typische Wert von 1000 a für die Aufenthaltszeit im Tiefenwasser der Weltmeere verwendet. In Seen könnte man für τ_{akk} als erste Näherung die Zeit seit der letzten Frühjahrszirkulation einsetzen.

Besser ist es, wenn $d\text{He}/dt$ direkt aus einer Zeitreihe von Heliumprofilen bestimmt werden kann. Als Verbesserung von (5.56) kann zudem der Einfluss des Gasaustausches abgeschätzt werden. Oder man beschränkt die Bilanz auf das Hypolimnion, unter Vernachlässigung oder Abschätzung des Austausches mit dem Epilimnion.

Sehr geeignet ist natürlich das Wasseralter als Zeitskala der Heliumakkumulation. Darin ist der Einfluss des Gasaustausches implizit enthalten. Das Wasseralter ist das naheliegende Mass für die Heliumaufenthaltszeit im See, aber in den Kapiteln 5.2 bis 5.4 wurde gezeigt, dass die beiden Größen keineswegs identisch sind. Ausserdem lässt sich das Alter im Beisein eines Heliumflusses nicht immer berechnen.

Clarke et al. (1977) sowie Top und Clarke (1981) berechneten aus der ^4He -Anomalie und dem Wasseralter in verschiedenen kanadischen Seen einen Uran-"Prospektionsindex" I, für den sie zwei verschiedene Definitionen gaben:

$$I = \frac{\Delta^4\text{He} \cdot V}{\tau} \quad \text{oder} \quad I = \frac{\Delta^4\text{He}}{\tau} \quad (5.57)$$

In ihrer lesenswerten Kritik dieser Arbeiten weisen Mamyrin und Tolstikhin (1984) u. a. darauf hin, dass eine zu (5.56) analoge Formulierung von I ein direktes Mass für den Heliumfluss wäre.

Ausser während der Zirkulation findet man in Seen vertikale Gradienten sowohl von He als auch τ vor. Glg. (5.56) bestätigt auf den ersten Blick die anschauliche Vermutung, dass der Heliumüberschuss proportional zur Aufenthaltszeit ist. Die Steigung der Regressionsgeraden $\text{He}(\tau)$ sollte gleich F_{He}/h sein. Genauere Betrachtung in einem Mehrbox-Modell (Glg. 5.39b) zeigt jedoch, dass der Faktor $1/h$ durch das tiefenabhängige Verhältnis $\Delta A/\Delta V = A^{-1} \cdot \Delta A/\Delta z$ ersetzt werden muss. Der Heliumüberschuss steigt auch bei konstanter Aufenthaltszeit mit der Tiefe an.

Dennoch ist das einfache Bild eines zum Wasseralter proportionalen Heliumüberschusses auch im nicht homogenen See oft brauchbar. Die vertikale Diffusion kann die Profile sowohl des Heliums als auch des Alters soweit glätten, dass die unterschiedliche Tiefenabhängigkeit verschwindet. Dann sind die beiden Grössen tatsächlich korreliert und die Regression liefert einen brauchbaren Schätzwert für den Heliumfluss.

Eine von der Zeitinformation unabhängige Methode zur Bestimmung des Heliumflusses geht von einem stationären Gleichgewicht zwischen He-Eintrag und Abtransport durch vertikale Diffusion aus. Im eindimensionalen Diffusionsmodell nach (5.18) mit konstantem K_z gilt für den Stationärzustand:

$$F_{\text{He}} = -K_z \frac{\partial \text{He}}{\partial z} \quad [\text{Atome m}^{-2} \text{ s}^{-1}] \quad (5.58)$$

Die Lösung dieser Gleichung ist ein lineares Konzentrationsprofil:

$$\text{He}(z) = \text{He}_0 - \frac{F_{\text{He}}}{K_z} z \quad [\text{Atome m}^{-3}] \quad (5.59)$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich der Heliumflusses abschätzen, wie von Sano et al. (1990) für den Lake Nyos demonstriert. Ein Problem bei diesem Ansatz ist die korrekte Abschätzung von K_z . Ausserdem sind die Vereinfachungen (K_z konstant, Vernachlässigung der Topographie) oft ziemlich grob. Nach (5.44) lautet die verallgemeinerte Form von Gleichung (5.58):

$$F_{\text{He}} = -\frac{z}{q} K_z \frac{\partial^2 \text{He}}{\partial z^2} - \left(\frac{z}{q} \frac{\partial K_z}{\partial z} + K_z \right) \frac{\partial \text{He}}{\partial z} \quad [\text{Atome m}^{-2} \text{ s}^{-1}] \quad (5.60)$$

Diese Differentialgleichung für $\partial \text{He}/\partial z$ besitzt die Lösung:

$$\frac{\partial He}{\partial z} = -\frac{F_{He}}{K_z(z)} \cdot (1 + cqz^{-q}) \quad [\text{Atome/m}^4] \quad (5.61)$$

Die Integrationskonstante c muss aus der Randbedingung gefunden werden. Diese besagt, dass im Stationärzustand der diffusive Fluss an der Oberfläche gerade den Eintrag am Sediment kompensieren muss:

$$-A_0 K_z \left. \frac{\partial He}{\partial z} \right|_{z_{\max}} = A_{Sed} F_{He} \quad [\text{Atome/s}] \quad (5.62)$$

Die analoge Bedingung muss sogar für jede beliebige Tiefe z' gelten. Die Sedimentfläche unterhalb einer Tiefe z kann stets der Querschnittsfläche $A(z)$ gleichgesetzt werden (diese Näherung, die einer Projektion der Sedimentfläche auf eine horizontale Ebene gleichkommt, ist für den Fall des aus grosser Tiefe (gesamte Kruste) stammenden Heliumflusses sogar streng korrekt). Damit folgt $c = 0$ und (5.61) reduziert sich auf (5.58), allerdings mit tiefenabhängigem K_z . Die Topographie beeinflusst im Stationärzustand die Form des Heliumprofils also nicht. In jeder Tiefe z' ist der lokale Gradient $\partial He/\partial z(z')$ gegeben durch $-F_{He}/K_z(z')$.

Wenn $K_z(z)$ bekannt ist, kann (5.58) integriert werden, um die Form des Heliumprofils zu erhalten. Durch Anpassung dieses berechneten Profils an die gemessenen Daten kann F_{He} bestimmt werden.

Wenn kein Stationärzustand vorliegt, eignet sich das CHEMSEE-Modell zur Bestimmung des Heliumflusses. Dazu wird der Modellparameter F_{He} so lange angepasst, bis das Modell eine korrekte Entwicklung der Überschüsse vorhersagt. Der Gasaustausch kann dabei ebenfalls berücksichtigt werden.

5.6.4. Sauerstoffzehrung

Insoweit das ^3H - ^3He -Wasseralter einer Gasaufenthaltszeit entspricht, stellt es die natürliche Zeitskala für die Erneuerung des Sauerstoffes dar. Es ist naheliegend, das Wasseralter zur Bestimmung von O_2 -Zehrungsraten einzusetzen (Jenkins, 1976 und 1987; Torgersen et al., 1979). Als Mass für den gezehrten Sauerstoff verwenden wir das Sauerstoffdefizit ΔO_2 (auch AOU = apparent oxygen utilization genannt), definiert als Differenz zwischen der Gleichgewichtskonzentration (z. B. nach Weiss, 1970b) und der gemessenen Konzentration. Die Zehrungsrate J beträgt somit einfach:

$$J = \frac{\Delta\text{O}_2}{\tau} \quad [\text{g m}^{-3} \text{ a}^{-1}] \quad (5.63)$$

Diese Beziehung ist ganz analog zu (5.56) für den Heliumfluss. Sie kann für jede Probe einzeln ausgewertet werden. Damit erhält man Informationen über die Tiefenabhängigkeit der Sauerstoffzehrung (Jenkins, 1976). Eine mittlere Zehrungsrate erhält man durch Einsetzen volumengewichteter Mittelwerte in (5.63). Ein anderer Weg besteht in der

Berechnung einer linearen Regression von ΔO_2 gegen τ . Für die Gültigkeit einer Proportionalität dieser Größen gelten ähnliche Überlegungen wie beim Heliumfluss, denn bekanntlich findet die Zehrung nicht nur in der freien Wassersäule (Volumenzehrung), sondern insbesondere an der Sedimentoberfläche (Flächenzehrung) statt. Analog zum Heliumfluss *aus* dem Sediment findet also ein Sauerstofffluss *ins* Sediment statt. Das Gewicht solcher Flächenflüsse steigt mit der Tiefe an.

Die Zerlegung der totalen Zehrungsrate J_{tot} in einen volumen- und einen flächenproportionalen Anteil (J_V bzw. J_A , beide räumlich und zeitlich konstant) wird wie folgt angesetzt (Bossard und Gächter, 1981; Livingstone, 1988):

$$J_{tot} = J_V + J_A \cdot \frac{\Delta A}{\Delta V} \quad [\text{g m}^{-3} \text{ a}^{-1}] \quad (5.64)$$

wobei $\Delta A/\Delta V$ das Verhältnis von Sedimentfläche zu Volumen bezeichnet.

Um J_V und J_A zu bestimmen, wird der See in Tiefenschichten mit unterschiedlichen Werten für $\Delta A/\Delta V$ eingeteilt und jeweils die Gesamtzehrung J_{tot} pro Schicht bestimmt. Dies geschieht üblicherweise durch eine lineare Regression des Sauerstoffgehalts im Sommer gegen die Zeit. Eine weitere Regression von J_{tot} gegen $\Delta A/\Delta V$ ergibt dann J_V als Achsenabschnitt und J_A als Steigung. Es können auch ganze Seen (bzw. deren Hypolimnia) miteinander verglichen werden (Mathias und Barica, 1980). $\Delta A/\Delta V$ geht dann in das inverse der mittleren Tiefe $1/\bar{h} = A_0/V$ über.

Gegenüber der klassischen Methode zur Bestimmung der Sauerstoffzehrung (Regression des O_2 -Inhaltes gegen die Zeit) hat die Verwendung des Wasseralters als Zeitmass den Vorteil, dass eine einzige Probenahme ausreicht. Zudem ist keine Korrektur für die mischungsbedingte Zufuhr von Sauerstoff nötig, da die Mischung gleichzeitig das Wasseralter entsprechend herabsetzt. Deshalb kann die Methode zu jeder Jahreszeit eingesetzt werden. Allerdings ist nicht klar, ob die Korrelation von Alter und Sauerstoffgehalt stets aufrechterhalten bleibt. Die folgenden Punkte sind bei der Interpretation zu berücksichtigen:

- Wenn sich die vertikalen Gradienten von Sauerstoff und Helium unterscheiden (z. B. infolge des tiefenabhängigen Einflusses der Flächenzehrung), so wirkt sich die turbulente Diffusion unterschiedlich aus. Die Korrelation von Sauerstoffdefizit und Wasseralter kann zerstört werden.
- Die Gasaustauschgeschwindigkeiten von He und O_2 unterscheiden sich um ca. einen Faktor 2 (Kap. 2.6.2). Somit ist nicht gewährleistet, dass sich bei Alter null (^3He im Gleichgewicht) auch O_2 im Gleichgewicht befindet.
- Das Sauerstoffdefizit lässt den in der trophogenen Zone produzierten Sauerstoff ausser acht. Dieser kann in eutrophen Seen wesentlich zur O_2 -Bilanz beitragen.
- Das Wasseralter kann nicht einfach einer Aufenthaltszeit gleichgesetzt werden (s. Kap. 5.2 bis 5.4).

5.7. Zusammenfassung

Die wichtigsten Erkenntnisse dieses Kapitels sind:

- In tiefen Seen kann das Wasseralter nie vollständig auf null gesetzt werden. Die Interpretation als Datierung der letzten Vollzirkulation ist fragwürdig.
- Das Wasseralter verhält sich unter Mischung nichtlinear, wobei die Komponente mit höherem Tritiumgehalt stärker gewichtet wird.
- Für kleine Alter kann das Wasseralter linearisiert werden und entspricht in guter Näherung der Aufenthaltszeit des Heliums. Ist zudem das Tritium homogen, so bleibt das Wasseralter bei Mischung erhalten.
- In Systemen mit geringem Wasseraustausch ist das stationäre Wasseralter tiefer als die Aufenthaltszeit. Heutzutage jedoch besteht die Tendenz zu überhöhten Wasseraltern aufgrund der "Erinnerung" an den Bombenpeak. Die Erneuerungsrate des Tiefenwassers wird unterschätzt.
- Die heutigen Tritiumkonzentrationen allein erlauben keine eindeutige Festlegung des generellen Mischverhaltens eines Sees.
- Die Transportgleichung des Wasseralters in einem Advektions-Diffusionsmodell enthält Zusatzterme mit den Gradienten der ^3H - und ^3He -Konzentration, welche die Nichtlinearität unter Mischung beschreiben.
- Einfache eindimensionale Seemodelle eignen sich als Grundlage zur Bestimmung der Prozessraten von vertikaler Mischung, Gasaustausch, Heliumfluss sowie Sauerstoffzehrung. Insbesondere stellt das Programm CHEMSEE (Ulrich, 1991) alle zur Modellierung der Entwicklung von Tritium und Helium benötigten Prozesse zur Verfügung.
- Der vertikale turbulente Diffusionskoeffizient K_z kann mit der Bilanz-Gradient Methode, angewandt auf ^3He , bestimmt werden.
- Die grösste Schwierigkeit bei der Bestimmung der Gasaustauschgeschwindigkeit liegt in der präzisen Messung des Heliumüberschusses an der Oberfläche.
- Heliumfluss und Sauerstoffzehrung können mit Hilfe des Wasseralters als Mass für die Akkumulations- bzw. Abbaupzeit auf einfache Weise bestimmt werden.